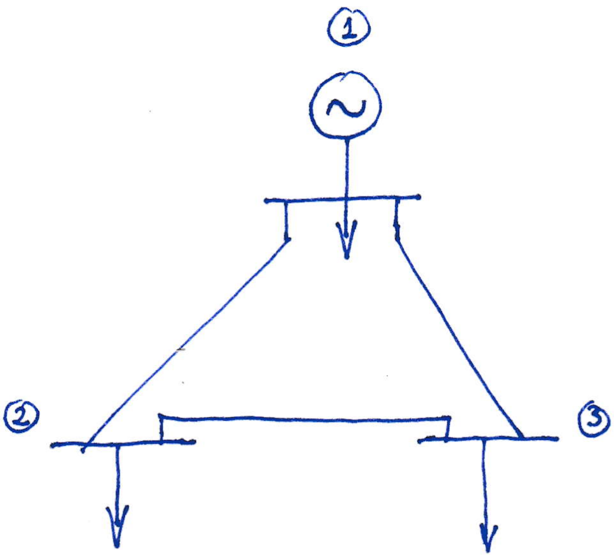
PROBLEMAS DE NUDOS EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA.

ITERACIONES MEDIANTE GAUSS SEIDEL Y NEWTON RAPHSON

ELOY BELTRAN BELTRAN

P 1.1 Dado el sistema eléctrico de la figura, en el que las condiciones de operación son:

NUDO	TENSIÓN	P_G	Q_G	P_D	Q_D
1	231	---	-	60	32
2	...	0	0	115	67
3	...	0	0	180	123



Se sabe que en valores p.u las impedancias y admitancias de las líneas son:

LÍNEA	IMPEDANCIA SERIE	ADMITANCIA PARALELO/2
1 - 2	$0'01450 + 0'09078j$	$0 + 0'10529j$
2 - 3	$0'00893 + 0'05587j$	$0 + 0'06479j$
3 - 1	$0'01302 + 0'07419j$	$0 + 0'08240j$

Empleando el método de Gauss Seidel con un error máximo de 0'0001 y tomando como valores base para la potencia y la tensión 100 MVA y 220 kV respectivamente. Determinar:

1°) La matriz de Admitancias
2°) Las tensiones en los nudos 2 y 3
3°) El flujo de potencia que circula por todas las líneas
4°) La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nudo 1.
5°) El rendimiento de la red.

1)

Primero expresamos los valores en unidades de potencia (pu).

NUDO	TENSION	PG	QG	PD	QD
1	1'05	---	---	0'6	0'32
2	---	0	0	1'15	0'67
3	---	0	0	1'80	1'23

Dividiendo las potencias entre un millon, ya que vienen en el orden de megavatios. Por otro lado clasificamos los nudos y los datos e incognitas en valores pu en la tabla siguiente:

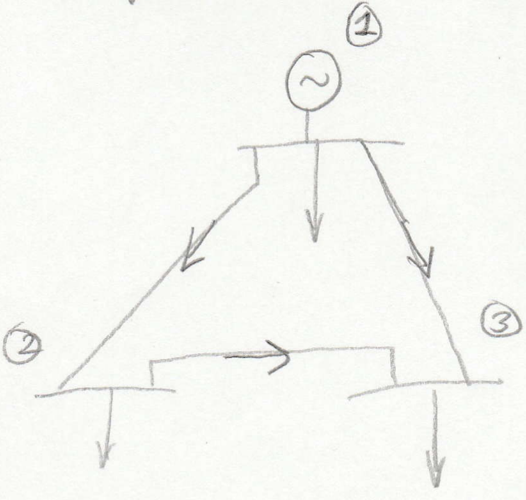
NUDO	TIPO	DATOS		INCOGNITAS
1	slack	$U_1 = 1'05$	$\delta_1 = 0°$	P_1 & Q_1
2	PQ	$P_2 = -1'15$	$Q_2 = -0'67$	U_2 & δ_2
3	PQ	$P_3 = -1'180$	$Q_3 = -1'23$	U_3 & δ_3

- El nudo 1 es de tipo slack porque solo se sabe la tension y no las potencias ademas aporta energía a los dos nudos restante PQ

- El nudo 2,3 es de tipo PQ porque se conocen las potencias activas y reactivas que demanda la carga.

- El nudo 3 consume energía de el nudo 2 ya que la potencia demandada en el nudo 3 es mayor que en el nudo 2.

Determinamos por último el sentido de la energía entre los nudos, la dirección del flujo será la siguiente:



- Observamos que el signo − es cuando la energía es consumida

- El único generador es el slack que aporta a los dos nudos.

Ahora podemos definir la matriz de admitancias de nudo, recordando que en general:

$$\boxed{Y = G \pm Bj}$$

$\vec{y}_{xx,0}$ = PARALELO

$y_{xx} = \dfrac{1}{\text{SERIE}}$

$$\rightarrow \vec{Y}_{11} = \vec{y}_{12,0} + \vec{y}_{13,0} + \vec{y}_{12} + \vec{y}_{13}$$

$$\rightarrow Y_{12} = Y_{21} = -\vec{y}_{12}$$

- $\vec{Y}_{11} = 0 + 0'10529j + 0 + 0'08240j + \dfrac{1}{0'01450 + 0'09078j} + \dfrac{1}{0'01302 + 0'07419j} =$

$$\vec{Y}_{11} = 4'01052913439 - 23'63008292j$$

- $\vec{Y}_{12} = -\vec{y}_{12} = -\dfrac{1}{0'01450 + 0'09078j} = -1'7157208 2094 - 10'7415955948j$

- $\vec{Y}_{13} = -\vec{y}_{13} = -\dfrac{1}{0'01302 + 0'07419j} = -2'29480831345 + 13'0761773252j$

$$\rightarrow \vec{Y}_{21} = \vec{Y}_{12}$$

$$\rightarrow \vec{Y}_{22} = \vec{y}_{21'0} + \vec{y}_{23'0} + \vec{y}_{21} + \vec{y}_{23}$$

- $Y_{22} = 0 + 0'10529j + 0 + 0'06479j + \dfrac{1}{0'01450 + 0'09078j} + \dfrac{1}{0'00893 + 0'05587j}$

$$\vec{Y}_{22} = 4'5052981603 - 28'0243359699j$$

- $\vec{Y}_{23} = -\vec{y}_{23} = -\dfrac{1}{0'00893 + 0'05587j} = -2'78957733936 + 17'4528203751j$

$$\rightarrow \vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} \quad ; \rightarrow \vec{Y}_{32} = \vec{Y}_{23}$$

$$\rightarrow \vec{Y}_{33} = \vec{y}_{32,0} + \vec{y}_{31,0} + \vec{y}_{32} + \vec{y}_{31}$$

- $Y_{33} = 0 + 0'06479j + 0 + 0'08240j + \dfrac{1}{0'00893 + 0'05587j} + \dfrac{1}{0'01302 + 0'07419j}$

$$Y_{33} = 5'08438565281 - 30'3818077003j$$

MATRIZ DE ADMITANCIAS

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11} & G_{12} \pm B_{12} & G_{13} \pm B_{13} \\ G_{21} \pm B_{21} & G_{22} \pm B_{22} & G_{23} \pm B_{23} \\ G_{31} \pm B_{31} & G_{32} \pm B_{32} & G_{33} \pm B_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4'01052913439 - 23'63008292j & -1'71572082094 - 10'7415955948j & -2'29480831345 + 13'0761773252j \\ -1'71572082094 - 10'7415955948j & 4'5052981603 - 28'0243359699j & -2'78957733936 + 17'4528203751j \\ -2'29480831345 + 13'0761773252j & -2'78957733936 + 17'4528203751j & 5'08438565281 - 30'3818077003j \end{bmatrix}$$

2) La tensión en nudos 2 y 3: sabiendo que son nudos PQ:

El proceso iterativo resulta: $U_i^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - Q_i j}{(\vec{U}_i^{(r)})} - \sum_{\substack{k=1 \\ k=i}} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r)} \right] \quad i = 2; \ldots; n$

De donde:

$$U_2^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{22}} \cdot \left[\frac{P_2 - Q_2 j}{U_2^{(r)}} - Y_{21} \cdot U_1^{(r)} - Y_{23} \cdot U_3^{(r)} \right] \quad i = 2, 3 \ldots; n$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{33}} \cdot \left[\frac{P_3 - Q_3 \cdot j}{U_3^{(r)}} - \vec{Y}_{31} \cdot U_1^{(r)} - Y_{23} \cdot U_2^{(r+1)} \right] \quad i = 2, 3 \ldots; n$$

sostituimos valores dejando $U_2^{(r+1)}$ en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$

$$U_2^{(r+1)} = \frac{1}{4'5052981603 - 28'0243359699j} \cdot \left[\frac{-1'15 + 0'67j}{U_2^{(r)}} - (-1'71572082094 - 10'7415955948j) \cdot 1'05 \right.$$

$$\left. - (-2'78957733936 + 17'4528203751j) \cdot U_3^{(r)} \right]$$

$$U_2^{(r+1)} = \frac{-0'029736321447 - 0'036255239 26j}{U_2^{(r)}} + 0'402394637487 - 0'000406823483814j) +$$

$$(0'622683121004 - 0'00056364 5117645j) \cdot U_3^{(r)}$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{5'08438565281 - 30'3818077003j}\left[\frac{-1'8+1'23j}{U_3^{(r)}} - (-2'29480831345 + 13'0761773252j)\cdot 1'05 - \right.$$

$$\left. - (-2'78957733936 + 17'4528203751j)\cdot U_2^{(r+1)}\right]$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{-0'0490265169085 - 0'0510414092578j}{U_3} + (0'452513978923 + 0'00358086484069j) + ($$

$$(0'573746998055 - 0'00419901498796j)\cdot U_2^{(r+1)}$$

Empezamos las iteraciones con los valores iniciales:

$$U_1^{(0)} = 1'05 \qquad U_2^{(0)} = 1 \qquad U_3^{(0)} = 1$$

Y el sistema tiene que converger hasta los incrementos de U_2 y U_3 sean inferiores a 0'0001.
decrementos

Empezamos sustituyendo:

$$U_2^{(0+1)} = \frac{-0'0297363214447 - 0'036255523926j}{1} + (-0'402394637487 + 0'000406823483814j) + (0'622683121004 -$$

$$0'00056364511764 5j)\cdot 1$$

$$U_2^{1} = (0'995341437043 - 0'0372257078615j) \text{ p.u.}$$

$$U_3^{(0+1)} = \frac{-0'0490265169085 - 0'0510414092578j}{1} + (0'452513978923 + 0'00358086484069j) + ($$

$$(0'573746998055 - 0'00419901498796j)\cdot(0'995341437043 - 0'0372257078615j)$$

$$U_3^{1} = (0'974405312252 - 0'0729981361654j) \text{ p.u.}$$

para la segunda iteración se cogeran como valores iniciales los siguientes:

$$U_2^{(1)} = (0'995341437043 - 0'0372257078615j) \text{ pu} ; \quad U_3^{(1)} = (0'974405312252 - 0'0729981361654j) \text{ pu}$$

siendo $U_1^{(1)}$ fija en 1'05 pu a lo largo de todas las iteraciones tendremos pues, 13 iteraciones convergiendo el sistema cuando

$$U_2^{(13)} = (0'9541705 - 0'101437j) \text{ pu} \qquad U_3^{(13)} = (0'942119 - 0'106321j) \text{ pu}$$

$U_2 = 0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ$ pu ; $U_3 = 0'94809934353 \angle -6'43876124961^\circ$ pu

$U = 1\ pu = 220kV \rightarrow$

$U_1 = 1'05\ pu \rightarrow U_1 = 231 \angle 0^\circ\ kV \rightarrow U_2 = 211'10038 \angle -6'06827038348^\circ\ kV.$

$U_3 = 208'581855577 \angle -6'43876124961^\circ\ kV.$

3) El flujo de potencia que circulará por todas las líneas

$$\vec{S}_{ik} = \vec{U}_i I_{ik} = U_i \left[\frac{U_i - U_k}{\vec{Z}_{ik}} + U_i \cdot Y_{ik} \right]^*$$

(*) el conjugado del corchete cambia de signo la parte imaginaria.

Calcularemos la potencia en las tres líneas pero para ambos sentidos, es decir desde ik o bien ki, Tenemos:

$$\vec{S}_{12} = U_1 \cdot \left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) = 1'05 \angle 0^\circ \cdot \left(\frac{1'05 \angle 0^\circ - 0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ}{-\left(\frac{1}{-1'715720820 94 - 10'7415955948j} \right)} \right) + 1'05 \cdot$$

$$\vec{S}_{21} = U_2 \cdot \left(\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}} \right) = 0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ \cdot \left(\frac{0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ - 1'05 \angle 0^\circ}{\frac{1}{-1'71572082094 - 10'7415955948j}} \right) =$$

$$\vec{S}_{13} = U_1 \cdot \left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}} \right) = 1'05 \angle 0^\circ \cdot \left(\frac{1'05 \angle 0^\circ - 0'94809934353 \angle -6'43876124961^\circ}{\frac{1}{-2'29480831345 + 13'0761773252j}} \right) =$$

$$\vec{S}_{31} = U_3 \cdot \left(\frac{U_3 - U_1}{Z_{31}} \right) = 1'05 \angle 0^\circ \cdot \left(\frac{0'94809934353 \angle -6'43876124961^\circ - 1'05 \angle 0^\circ}{\frac{1}{-2'29480831345 + 13'0761773252j}} \right)$$

$$\vec{S}_{23} = U_2 \cdot \left(\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}} \right) = 0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ \cdot \left(\frac{0'959547189063 \angle -6'06827038348^\circ - 0'94809934353 \angle -6'43876124961^\circ}{\frac{1}{-2'78957733936 + 17'4528203751j}} \right)$$

$$S_{12} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) + U_1 \cdot y_{12,0} \right]^*$$

$$S_{12} = 1'05 \angle 10° \cdot \left[\left(\frac{1'05 \angle 10° - 0'959547189063 \angle -6'068270383 48°}{0'01450 + 0'09078j} \right) + 1'05 \cdot 0'10529j \right]$$

→ SIGUIENTE PAGINA
↓

$$\vec{S}_{21} = U_2 \left[\left(\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}} \right) + U_2 \cdot y_{21,0} \right]^*$$

$$\vec{S}_{21} = 0'959547189063 \angle -6'068270383 48 \cdot \left[\left(\frac{0'959547189063 \angle -6'068270383 48° - 1'05 \angle 10°}{0'01450 + 0'09078j} \right) + 0'959547189063 \angle -6'068270383 48 \cdot 0'10529j \right]$$

$$\vec{S}_{13} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}} \right) + U_1 \cdot y_{13,0} \right]$$

$$\vec{S}_{13} = 1'05 \angle 10° \cdot \left[\left(\frac{1'05 \angle 10° - 0'948099343 53 \angle -6'438761249 61°}{0'01302 + 0'07419j} \right) + 1'05 \cdot 0'08240j \right]$$

→ SIGUIENTE PAGUINA
↓

$$\vec{S}_{31} = U_3 \cdot \left[\left(\frac{U_3 - U_1}{Z_{31}} \right) + U_3 \cdot y_{31,0} \right]$$

$$\vec{S}_{31} = 0'948099343 53 \angle -6'438761249 61° \cdot \left[\left(\frac{0'948099343 53 \angle -6'438761249 61° - 1'05 \angle 10°}{0'01302 + 0'07419j} \right) + 0'948099343 53 \angle -6'438761249 61° \cdot 0'0824 \right]$$

$$\vec{S}_{23} = U_2 \cdot \left[\left(\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}} \right) + U_2 \cdot y_{23,0} \right]$$

$$\vec{S}_{23} = 0'959547189063 \angle -6'068270383 48° \cdot \left[\left(\frac{0'959547189063 \angle -6'068270383 48° - 0'948099343 53 \angle -6'438761249 61°}{0'00893 + 0'05587j} \right) + 0'959547189063 \angle -6'068270383 48° \cdot 0'06479j \right]$$

SIC

$$S_{21} = 0'959547189063 \angle{-6'06827038348^\circ} \cdot \left(-1'24333159903 - 0'955788774095 j\right)$$

$$S_{21} = \left(-1'28330267939 - 0'785865625061 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{12} = 1'05 \angle{10^\circ} \cdot \left(1'25401190076 + 0'74476966215 j\right) = \left(1'3167124958 + 0'782008145258 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{13} = 1'05 \angle{10^\circ} \cdot \left(1'63783846506 + 1'08016477133 j\right) = \left(1'7197303883 1 + 1'134173009 9 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{31} = 0'94809934353 \angle{-6'43876124961^\circ} \cdot \left(-1'62907761466 - 1'24431537693 j\right)$$

$$S_{31} = \left(-1'66708182844 - 0'999087 99753 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{23} = 0'959547189063 \angle{-6'06827038348^\circ} \cdot \left(0'125430269245 + 0'134887662313 j\right)$$

$$S_{23} = \left(0'133364462523 + 0'115982557971 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{32} = 0'94809934353 \angle{-6'43876124961^\circ} \cdot \left(-0'112048371747 - 0'257841347722 j\right)$$

$$S_{32} = \left(-0'132976849873 - 0'231004137742 j\right) \text{ pu}$$

$$S_{32} = U_3\left[\left(\frac{U_3-U_2}{Z_{32}}\right) + U_3 \cdot y_{32,0}\right]$$

PAGINA ANTERIOR

$$S_{32} = 0'94809934353 \underline{|-6'43876124961^\circ} \left[\left(\frac{0'94809934353 \underline{|-6'43876124961^\circ} - 0'959547189063 \underline{|-6'86827038348^\circ}}{0'00893 + 0'05587j}\right) + 0'94809934353 \underline{|-6'43876124961^\circ} \cdot 0'06479j\right]$$

$\vec{S}_{12} = (1'3167124958 + 0'782008145258j)$ pu. $\rightarrow$ $\vec{S}_{12} =$

$\vec{S}_{21} = (-1'28330267939 - 0'785865625061j)$ pu $\rightarrow$

$\vec{S}_{13} = (1'71973038831 + 1'1341730099j)$ pu $\rightarrow$

$\vec{S}_{31} = (-1'66708182844 - 0'99908799753j)$ pu

$\vec{S}_{23} = (0'133364462523 + 0'115982557971j)$ pu.

$\vec{S}_{32} = (-0'132976849873 - 0'2310041377742j)$ pu.

4) La potencia que debe producir el generador 1 será la suma de la potencia que debe inyectar a la red mas la potencia local en el nodo 1.

$S_{G1} = S_{12} + S_{13} + S_{loc}$?

j siempre valor absolut

$S_{G1} = (1'3167124958 + 0'782008145258j) + (1'71973038831 + 1'1341730099j) + (0'6 + 0'32j)$

$S_{G1} = (3'63644288411 + 2'23618155j)$ p.u. $(363'644 + 223'618j)$ MVA

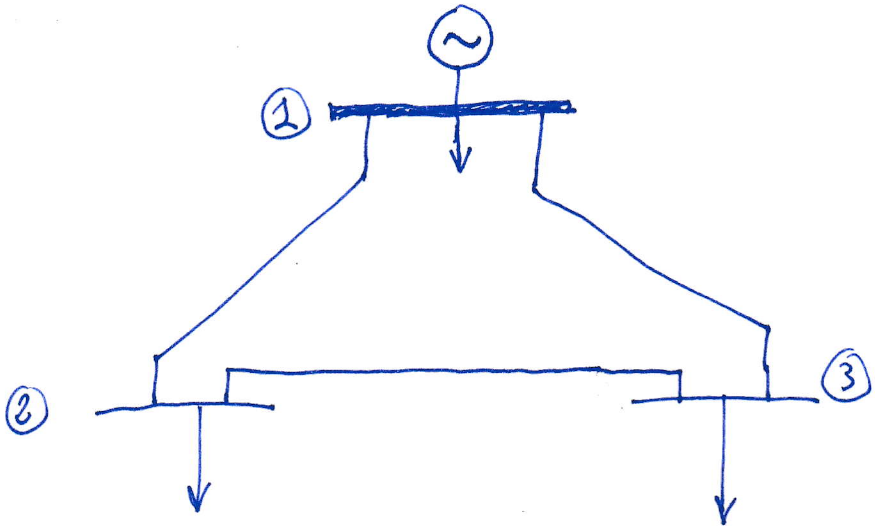
5- El Rendimiento

$$\eta = \frac{\text{Potencias consumidas}}{\text{Potencia inyectada}} \cdot 100 = \frac{1'15 + 1'80}{P_1 + P_2} = \frac{1'15 + 1'80}{1'3167124958 + 1'71973038831} \cdot 100$$

$\eta_{\%} = 97'1531529\%$ porque no se cuenta la pot demandada Nodo 1?

P1.2 Dado el sistema eléctrico de la figura, en el que las condiciones de operación son:

NUDO	TENSIÓN	PG (MW)	QG (MVAr)	PD	QD
1	231	---	---	60	32
2	---	0	0	115	67
3	---	0	0	180	123



Se sabe que en valores pu las impedancias y admitancias de las líneas son:

LÍNEA	IMPEDANCIA SERIE	ADMITANCIA PARALELO/2
1-2	0'01450 + 0'09078j	0 + 0'10529j
2-3	0'00893 + 0'05587j	0 + 0'06479j
3-1	0'01302 + 0'07419j	0 + 0'08240j

Empleando el método de Newton Raphson con un error máximo de 0'0001 MVA (lo que equivale a que el valor máximo de cualquier componente del vector de residuos sea 10^{-6} con valores pu) y tomando como valores base para la potencia y la tensión 100 MVA y 220 kV respectivamente.

Determinar:

5) El Rendimiento de la Red:

1) La matriz de admitancias:
2) Las tensiones en los nodos 2 y 3:
3) El flujo de potencia que circulará por todas las líneas:
4) La Potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nodo 1

Inicialmente expresamos los valores pu

NUDO 1	TENSION	P_G	Q_G	P_D	Q_D
1	1'05	---	---	0'60	0'32
2	---	0	0	1'15	0'67
3	---	0	0	1'8	1'23

Clasificamos el nudo 1 como nudo oscilante o slack, mientras que el nudo 2 y 3 es o son PQ

NUDO	TIPO	DATOS	INCOGNITAS
1	Slack	$U_1 = 1'05$	P_1 Q_1
2	PQ	$P_2 = -1'15$ $Q_2 = -0'67$	U_2 δ_2
3	PQ	$P_3 = -1'80$ $Q_3 = -1'23$	U_3 δ_3

Ahora podemos resolver la matriz de admitancias

$$\vec{Y}_{11} = y_{12,0} + y_{13,0} + y_{12} + y_{13} = 0'10529j + 0'0840j + \frac{1}{0'01450 + 0'09078j} + \frac{1}{0'01302 + 0'07419}$$

$$\vec{Y}_{11} = (4'01052913439 - 23'62848292j)$$

$$Y_{12} = -y_{12} = -\frac{1}{0'01450 + 0'09078j} = (-1'71572082094 + 10'7415955948j)$$

$$\vec{Y}_{13} = -\vec{y}_{13} = -\frac{1}{0'01302 + 0'07419j} = (-2'29480831345 + 13'0761773252j)$$

$$Y_{21} = Y_{12} \quad ; \quad Y_{22} = y_{21,0} + y_{23,0} + y_{21} + y_{23}$$

$$\vec{Y}_{22} = 0'10529j + 0'06479j + \frac{1}{0'01450 + 0'09078j} + \frac{1}{0'00893 + 0'05587j}$$

$$\vec{Y}_{22} = (4'5052981603 - 28'0243359699)$$

$$\vec{Y}_{23} = -y_{23} = -\frac{1}{0'00893 + 0'05587j} = (-2'78957733936 + 17'4528203751j)$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} \quad ; \quad \vec{Y}_{32} = \vec{Y}_{23} \rightarrow \vec{Y}_{33} = y_{32,0} + y_{31,0} + y_{32} + y_{31}$$

$$\vec{Y}_{33} = 0'06479j + 0'08240j + \frac{1}{0'00893 + 0'05587j} + \frac{1}{0'01302 + 0'07419j}$$

$$\vec{Y}_{33} = (5'08438565281 - 30'3818077003j)$$

LA MATRIZ QUEDA

$$\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_{11} \pm B_{11}j & G_{12} \pm B_{12}j & G_{13} \pm B_{13}j \\ G_{21} \pm B_{21}j & G_{22} \pm B_{22}j & G_{23} \pm B_{23}j \\ G_{31} \pm B_{31}j & G_{32} \pm B_{32}j & G_{33} \pm B_{33}j \end{vmatrix}$$

El Calculo de las variaciones de los argumentos δ y módulos de tensiones U se pueden obtener mediante el siguiente algoritmo:

$$P_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \gamma_{ik})$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \text{sen}(\delta_{ik} - \gamma_{ik})$$

$2 \times (n-1) - m$ newton raphson, dos sistemas convergen cuando se intersectan las dos lineas.

$$\Delta P_i(x) = P_i - P_i(x) = P_i - U_i \cdot \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\, \delta_{ik})$$

$$\Delta Q(x) = Q_i - Q_i(x) = Q_i - U_i \cdot \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \text{sen}\, \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik})$$

$$\begin{vmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{vmatrix}^{(r)} = \begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta U}{U} \end{vmatrix}^{(r)} \cdot \begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix}^{(r)}$$

siendo (r) el numero de iteraciones:

$k \neq i$:

$$J1_{ik} = J4_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot \text{sen}(\delta_{ik} - \gamma_{ik})$$

$$J2_{ik} = -J3_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \gamma_{ik})$$

$k = i$:

$$J1_{ii} = -Q(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\, \gamma_{ik} \qquad J2_{ii} = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \cos \gamma_{ii}$$

$$J3_{ii} = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\, \gamma_{ik} \qquad J4_{ii} = Q_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\, \gamma_{ii}$$

siendo i = la fila horizontal y k la columna vertical

Pero nos vamos a centrar en la diferencia $\begin{vmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta U}{U} \end{vmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}$$

Despejamos lo que nos interesa, que son los incrementos de angulos de las tensiones y las tensiones.

Ahora resolveremos la matriz de incrementos de potencias:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$x=0$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \Delta P_2 = P_2 - U_2 \cdot \left[U_1 (G_{21} \cdot \cos\delta_{21} + B_{21} \cdot \operatorname{sen}\delta_{21}) + U_2 \cdot G_{22} + U_3 (G_{23} \cdot \cos\delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23})\right] \\ \Delta P_3 = P_3 - U_3 \cdot \left[U_1 (G_{31} \cdot \cos\delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen}\delta_{31}) + U_3 \cdot G_{33} + U_2 (G_{32} \cdot \cos\delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen}\delta_{32})\right] \\ \Delta Q_2 = Q_2 - U_2 \left[U_1 (G_{21} \cdot \operatorname{sen}\delta_{21} - B_{21} \cdot \cos\delta_{21}) - U_2 \cdot B_{22} + U_3 (G_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23})\right] \\ \Delta Q_3 = Q_3 - U_3 \left[U_1 (G_{31} \cdot \operatorname{sen}\delta_{31} - B_{31} \cdot \cos\delta_{31}) - U_3 \cdot B_{33} + U_2 (G_{32} \cdot \operatorname{sen}\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32})\right] \end{matrix}$$

DATOS DE ENTRADA. $U_1 = 1'05$

$P_2 = -1'15 \quad Q_2 = -0'67$

$P_3 = -1'8 \quad Q_3 = -1'23$

Aquí no hace falta calcular Q_2 pues el nodo 2 y 3 son nodos PQ, pero si no lo fueran tendríamos que referenciarnos a el problema $\underset{1}{\text{slack}} - \underset{2}{PV} - \underset{3}{PQ}$ y aplicar esta formula

$$Q_i(X^{(r)}) = U_i^{(r)} \sum_{k=1}^{k=n} U_k^{(r)} \cdot Y_{ik} \cdot \operatorname{sen}(\delta_{ik}^{(r)} - \varphi_{ik})$$ siendo r el numero de iteraciones, desarrollando

$$Q_2 = U_2 \cdot \left[U_1 \cdot (G_{21} \cdot \cos\delta_{21} + B_{21} \cdot \operatorname{sen}\delta_{21}) + U_2 \cdot G_{22} + U_3 (G_{23} \cdot \cos\delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23})\right]$$

Pero como no es nuestro caso porque, ya sabemos que $Q_2 = 0'67$.

Empezamos resolviendo los incrementos de potencias con los siguientes datos iniciales

Para la primera iteración $U_1^{(0)} = 1'05 + 0j$ pu // $U_2^{(0)} = 1 + 0j$ pu // $U_3^{(0)} = 1 + 0j$ pu //

LA MATRIZ DE ADMITANCIAS:

$$\begin{bmatrix} 4'01052913439 - 23'62848292j & -1'71572082094 + 10'7415955948j & -2'29480831345 + 13'0761773252j \\ -1'71572082094 + 10'7415955948j & 4'5052981603 - 28'0243359699j & -2'78957733936 + 17'4528203751j \\ -2'29480831345 + 13'0761773252j & -2'78957733936 + 17'4528203751j & 5'08438565281 - 30'3818077003j \end{bmatrix}$$

$$\Delta P_2 = -1'15 - 1 \cdot \left[1'05\left(-1'71572082094 \cos 0° - 10'7415955948j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1 \cdot 4'5052981603 + 1 \cdot \left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'4528203751j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] \Rightarrow \Delta P_2 = -1'06421395895$$

$$\Delta P_3 = -1'8 - 1 \cdot \left[1'05\left(-2'29480831345 \cdot \cos 0° + 13'0761773252j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1 \cdot 5'08438565281 + 1 \cdot \left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'4528203751j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] \Rightarrow \Delta P_3 = -1'68525958433$$

$$\Delta Q_2 = -0'67 - 1 \left[1'05\left(-1'71572082094 \cdot \operatorname{sen} 0° - 10'7415955948j \cdot \cos 0°\right) - 1 \cdot (-28'0243359699j) + 1 \cdot \left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'4528203751j \cdot \cos 0°\right)\right] \Rightarrow \Delta Q_2 = 0'0371597797$$

$$\Delta Q_3 = -1'23 - 1 \left[1'05\left(-2'29480831345 \cdot \operatorname{sen} 0° - 13'0761773252j \cdot \cos 0°\right) - 1 \cdot (-30'3818077003j) + 1 \cdot \left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'4528203751j \cdot \cos 0°\right)\right] \Rightarrow \Delta Q_3 = -0'4290011337$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(x=0)} = \begin{bmatrix} -1'06421395895 \\ -1'68525958433 \\ 0'0371597797 \\ -0'4290011337 \end{bmatrix}$$

Ahora procedemos a resolver el Jacobiano

$$\overset{*}{1} \quad \begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} H & N \\ M & L \end{vmatrix} \quad \overset{*}{2}$$

(*1)

$$J1 = \frac{\partial P}{\partial \delta} \rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right) \qquad i \neq k$$

$$J1 = \frac{\partial P}{\partial \delta} \rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right)$$

$$J2 = \frac{\partial P}{\partial U}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_k} = U_i\,(G_{ik}\cdot\cos\delta_{ik} + B_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik}) \qquad i \neq k$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2G_{ii}\,U_i + \sum_{k\neq i} U_k\,(G_{ik}\cdot\cos\delta_{ik} + B_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik})$$

$$J3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_i\cdot U_k\,(G_{ik}\cdot\cos\delta_{ik} + B_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik}) \qquad i \neq k$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum_{k\neq i} U_k\,(G_{ik}\cdot\cos\delta_{ik} + B_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik})$$

$$J4 = \frac{\partial Q}{\partial U}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_k} = U_i\,(G_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik} - B_{ik}\cdot\cos\delta_{ik}) \qquad i \neq k$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2B_{ii}\cdot U_i + \sum_{k=i} U_k\,(G_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik} - B_{ik}\cdot\cos\delta_{ik})$$

Analizando las expresiones anteriores se pueden comprobar que $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_k\cdot\frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \qquad\qquad \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_k\,\frac{\partial P_i}{\partial U_k}$$

(*3) Donde los terminos de cada submatriz de la nueva formulación se obtienen de acuerdo con las expresiones anteriores por tanto resultan:

$$H_{ik} = U_i\cdot U_k\,(G_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik} - B_{ik}\cdot\cos\delta_{ik}) \qquad i \neq k$$

$$H_{ii} = -Q_i - B_{ii}\cdot U_i^2 = -U_i \sum_{k\neq i} U_k\,(G_{ik}\cdot\operatorname{sen}\delta_{ik} - B_{ik}\cdot\cos\delta_{ik})$$

$$N \begin{cases} N_{ik} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \quad i \neq k \\ N_{ii} = P_i + G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[2 G_{ii} \cdot U_i + \sum_{k \neq i} U_k (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \right] \end{cases}$$

$$M \begin{cases} M_{ik} = -U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \quad i \neq k \\ M_{ii} = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \sum_{i \neq k} U_k (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \end{cases}$$

$$L \begin{cases} L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}) \quad i \neq k \\ L_{ii} = Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[-2 B_{ii} \cdot U_i + \sum U_k (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}) \right] \end{cases}$$

De este modo podemos resolver los Jacobianos.

MATRIZ $H = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} \\ H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}$; MATRIZ $N = \begin{vmatrix} N_{22} & N_{23} \\ N_{32} & N_{33} \end{vmatrix}$; MATRIZ $M = \begin{vmatrix} M_{22} & M_{23} \\ M_{32} & M_{33} \end{vmatrix}$;

MATRIZ $L = \begin{bmatrix} L_{22} & L_{23} \\ L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}$ ... Empezamos resolviendo la matriz H

$$H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -U_2 \left[U_1 (G_{21} \cdot \operatorname{sen} \delta_{21} - B_{21} \cdot \cos \delta_{21}) + U_3 (G_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23} - B_{23} \cdot \cos \delta_{23}) \right]$$

$$H_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23} - B_{23} \cdot \cos \delta_{23} \right]$$

$$H_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32} - B_{32} \cdot \cos \delta_{32} \right]$$

$$H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -U_3 \left[U_1 (G_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31} - B_{31} \cdot \cos \delta_{31}) + U_2 (G_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32} - B_{32} \cdot \cos \delta_{32}) \right]$$

Sustituimos valores:

$$H_{22} = -1 \left[1'05 (-1'71572082094 \cdot \operatorname{sen} 0° - 10'7415955948 j \cdot \cos 0°) + 1 (-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'4528203751 j \cdot \cos 0°) \right] \Rightarrow H_{22} = 28'7314957496$$

$$H_{23} = 1 \cdot 1 \cdot \left[\left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 17'4528203751 j \cdot \cos 0^\circ\right)\right] \Rightarrow H_{23} = -17'4528203751 //$$

$$H_{32} = 1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 17'4528203751 j \cdot \cos 0^\circ\right)\right] \Rightarrow H_{32} = -17'4528203751 //$$

$$H_{33} = -1 \cdot \left[1'05\left(-2'29480831345 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 13'0761773252 \cdot \cos 0^\circ\right) + 1\left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 17'4528203751 j\right.\right.$$
$$\left.\left. \cdot \cos 0^\circ\right)\right] \Rightarrow H_{33} = 31'1828065666 //$$

Resolvemos la matriz N

$$N_{22} = U_2 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial U_3} = U_2 \cdot \left[U_1\left(G_{21} \cdot \cos \delta_{21} + B_{21} \cdot \operatorname{sen} \delta_{21}\right) + 2\, G_{22} \cdot U_2 + U_3\left(G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right)\right]$$

$$N_{23} = U_3 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right]$$

$$N_{32} = U_2 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_2} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right]$$

$$N_{33} = U_3 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3 \left[U_1\left(G_{31} \cdot \cos \delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31}\right) + 2\, G_{33} \cdot U_3 + U_2\left(G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right)\right]$$

Sustituimos

$$N_{22} = 1 \cdot \left[1'05\left(-1'71572082094 \cdot \cos 0^\circ + 10'7415955948 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right) + 2 \cdot 4'5052981603 \cdot 1 + 1\left(-2'78957733936 \cdot \cos 0^\circ\right.\right.$$
$$\left.\left. + 17'4528203751 j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right)\right] \Rightarrow N_{22} = 4'41951211925 //$$

$$N_{23} = 1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \cos 0^\circ + 17'452820375 j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right)\right] \Rightarrow N_{23} = -2'78957733936 //$$

$$N_{32} = 1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \cos 0^\circ + 17'452820375 j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right)\right] \Rightarrow N_{32} = -2'78957733936 //$$

$$N_{33} = 1 \cdot \left[1'05\left(-2'29480831345 \cdot \cos 0^\circ + 13'0761773252 j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right) + 2 \cdot 5'08438565281 \cdot 1 + 1\left(-2'78957733936\right.\right.$$
$$\left.\left. \cdot \cos 0^\circ + 17'4528203751 j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ\right)\right] \Rightarrow N_{33} = 4'96964523712 //$$

Resolvemos la matriz M:

$$M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = U_2 \left[U_1\left(G_{21} \cdot \cos \delta_{21} + B_{21} \cdot \operatorname{sen} \delta_{21}\right) + U_3\left(G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right)\right]$$

$$M_{23} = \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right]$$

$$M_{32} = \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right]$$

$$M_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3 \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \cos\delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen}\delta_{31} \right) + U_2 \left(G_{32} \cdot \cos\delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen}\delta_{32} \right) \right]$$

Sustituimos:

$$M_{22} = 1 \cdot \left[1'05 \left(-1'71572082094 \cdot \cos 0° + 10'7415955948j \cdot \operatorname{sen} 0° \right) + 1 \cdot \left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'452820375j \cdot \operatorname{sen} 0° \right) \right] \Rightarrow M_{22} = -4'59108420135$$

$$M_{23} = -1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'4528203751 \cdot \operatorname{sen} 0° \right) \right] \Rightarrow M_{23} = 2'78957733936$$

$$M_{32} = -1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'4528203751 \cdot \operatorname{sen} 0° \right) \right] \Rightarrow M_{32} = 2'78957733936$$

$$M_{33} = 1 \cdot \left[1'05 \left(-2'29480831345 \cdot \cos 0° + 13'0761773252j \cdot \operatorname{sen} 0° \right) + 1 \left(-2'78957733936 \cdot \cos 0° + 17'4528203751j \cdot \operatorname{sen} 0° \right) \right] \Rightarrow M_{33} = -5'19912606848$$

Resolvemos la matriz L:

$$L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial U_2} \cdot U_2 = U_2 \left[U_1 \left(G_{21} \cdot \operatorname{sen}\delta_{21} - B_{21} \cdot \cos\delta_{21} \right) - 2 B_{22} \cdot U_2 + U_3 \left(G_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23} \right) \right]$$

$$L_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial U_3} \cdot U_3 = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \operatorname{sen}\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23} \right]$$

$$L_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial U_2} \cdot U_2 = U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \operatorname{sen}\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32} \right]$$

$$L_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial U_3} \cdot U_3 = U_3 \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \operatorname{sen}\delta_{31} - B_{31} \cdot \cos\delta_{31} \right) - 2 B_{33} \cdot U_3 + U_2 \left(G_{32} \cdot \operatorname{sen}\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32} \right) \right]$$

Sustituimos:

$$L_{22} = 1 \cdot \left[1'05 \left(-1'71572082094 \cdot \operatorname{sen} 0° - 10'7415955948j \cdot \cos 0° \right) - 2 \cdot -28'0243359699j \cdot 1 + 1 \left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'4528203751j \cdot \cos 0° \right) \right] \Rightarrow L_{22} = 27'3171761902$$

$$L_{23} = 1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'452820375j \cdot \cos 0° \right) \right] \Rightarrow L_{23} = -17'452820375$$

$$L_{32} = 1 \cdot 1 \left[\left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'452820375j \cdot \cos 0° \right) \right] \Rightarrow L_{32} = -17'452820375$$

$$L_{33} = 1 \cdot \left[1'05 \left(-2'29480831345 \cdot \operatorname{sen} 0° - 13'0761773252j \cdot \cos 0° \right) - 2 \cdot -30'3818077003j \cdot 1 + 1 \left(-2'78957733936 \cdot \operatorname{sen} 0° - 17'4528203751j \cdot \cos 0° \right) \right] \Rightarrow L_{33} = 29'580808834$$

La matriz queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28'7314957496 & -17'4528208751 & 4'41951211925 & -2'78957733936 \\ -17'4528203751 & 31'1828065666 & -2'78957733936 & 4'96964523712 \\ -4'59108420135 & 2'78957733936 & 27'3171761902 & -17'452820375 \\ 2'78957733936 & -5'19912606848 & -17'452820375 & 29'580808834 \end{bmatrix}$$

Pero segun obtenemos al despejar los incrementos de los angulos y tensiones la matriz jacobiana lleva el -1, es decir, la traspuesta o inversa,

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2/U_3 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

por lo tanto habrá que calcular las inversas de todos los datos de la matriz quedando de la siguiente forma...

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0'0513267572397 & 0'0286549408735 & -0'00860442889992 & -0'00505045296062 \\ 0'0286533179643 & 0'0471895861726 & -0'00506468066511 & -0'00821403562499 \\ 0'00934976212291 & 0'00572920251738 & 0'0571829941047 & 0'0336574402257 \\ 0'00571221609612 & 0'00897203919698 & 0'0336595032545 & 0'0526963305728 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2/U_3 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0'0513267572397 & 0'0286549408735 & -0'00860442889992 & -0'00505045296062 \\ 0'0286533179643 & 0'0471895861726 & -0'00506468066511 & -0'00821403562499 \\ 0'00934976212291 & 0'00572920251738 & 0'0571829941047 & 0'0336574402257 \\ 0'00571221609612 & 0'00897203919698 & 0'0336595032575 & 0'0526963305728 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1'064213958 95 \\ -1'68525958433 \\ 0'031597797 \\ -0'4290011337 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_2 = -0'101066753904 \text{ rad} \rightarrow \delta_2^{(1)} = \delta_2 + \Delta\delta_2 = 0 - 0'101066753904 = -0'101066753904 \text{ rad}$$

$$\Delta\delta_3 = -0'106684335148 \text{ rad} \rightarrow \delta_3^{(1)} = \delta_3 + \Delta\delta_3 = 0 - 0'106684335148 = -0'106684335148 \text{ rad}$$

$$\Delta U_2/U_3 = -0'0319195133678 \text{ pu} \rightarrow U_2^{(1)} = U_2 + \Delta U_2 = 1 - 0'0319195133678 = 0'968080486632 \text{ pu}$$

$$\Delta U_3/U_3 = -0'0425552409855 \text{ pu.} \rightarrow U_3^{(1)} = U_3 + \Delta U_3 = 1 - 0'0425552409855 = 0'957444759014 \text{ pu}$$

Pasamos a grados $\delta_2 = -5'79069844778^\circ$; $\delta_3 = -6'11256214413^\circ$

$$\frac{\text{RADIANES} \times 180^\circ}{\pi} = \text{GRADOS}$$

$$U_2 = 231 \cdot 0'968080486632 = 223'626592412 \text{ kV}$$

Pasamos a $U_3 - 0'957444759014 \cdot 231 = 221'169739332$ kV

$U_2 = 223'626592412 \angle{-5'79069844778^\circ}$ kV ; $U_3 = 221'169739332 \angle{-6'11256214413^\circ}$ kV

Las unidades de potencia para la siguiente iteración se deja en radianes

$U_2 = 0'968080486632 \angle{-0'101066753904 \text{ rad}}$ pu $\quad U_3 = 0'957444959014 \angle{-0'106684335148 \text{ rad}}$

Como el error es mayor que 0'0001 seguimos iterando:

$\text{Error} = 1 - 0'968080 = 0'031$ & $\text{Error} = 1 - 0'95744475 = 0'04255$

Ambos errores son mayores que 0'0001. por lo tanto seguimos iterando hasta la 4 iteración, los datos quedan:

$U_1^{(3)} = 1'05 \angle{0^\circ}$; $U_2^{(3)} = 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ}$ $\quad U_3^{(3)} = 0'94809573 \angle{-6'43894897605^\circ}$

3) Conocidos los valores de las tensiones con sus argumentos, calculamos el/los flujos de potencia por las líneas.

$$S_{ik} = U_i \cdot I_{ik} = U_i \left(\frac{U_i - U_k}{Z_{ik}} + U_i \cdot Y_{ik} \right) \rightarrow S_{12} = U_1 \left[\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) + U_1 \cdot y_{12,0} \right]^*$$

$$S_{12} = 1'05 \angle{0^\circ} \left[\frac{1'05 \angle{0^\circ} - 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ}}{0'01450 + 0'09078j} + 1'05 \angle{0^\circ} \cdot 0'10529j \right]$$

$$S_{12} = (1'3167589139 - 0'787604333277j) \text{ pu} \rightarrow S_{12} = (1'3167589139 + 0'787604333277j) \text{ pu}$$

$$S_{21} = U_2 \left[\left(\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}} \right) + U_2 \cdot y_{21,0} \right]^* \rightarrow$$

($*$) indica el conjugado, es decir el resultado de la parte imaginaria cambia de signo, entendiendo que esto se produce dentro del corchete.

$$S_{21} = 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ} \cdot \left[\frac{0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ} - 1'05 \angle{0^\circ}}{0'01450 + 0'09078j} + 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ} \cdot 0'10529j \right] = 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ} \cdot (-1'24337548375 - 0'955853286255j)$$

$$S_{21} = (-1'28334587242 - 0'785912644259j) \text{ pu}$$

$$S_{13} = U_1 \left[\left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}} \right) + U_1 \cdot y_{13,0} \right]$$

$$S_{13} = 1'05 \angle 0^\circ \cdot \left[\frac{1'05 \angle 0^\circ - 0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ}{0'01302 + 0'07419j} + 1'05 \angle 0^\circ \cdot 0'08240j \right]$$

$$S_{13} = 1'05 \angle 0^\circ \cdot \left(1'63788256911 + 1'08021012598j \right)$$

$$S_{13} = \left(1'71977669757 + 1'13422063228j \right) pu \; //$$

$$S_{31} = U_3 \cdot \left[\left(\frac{U_3 - U_1}{Z_{31}} \right) + U_3 \cdot y_{31,0} \right]$$

$$S_{31} = 0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ \cdot \left[\frac{0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ - 1'05 \angle 0^\circ}{0'01302 + 0'07419j} + 0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \; 0'08240j \right] \Rightarrow S_{31} = 0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ \cdot \left(-1'62912149775 - 1'244360407j \right)$$

$$S_{31} = \left(-1'66712487873 - 0'999116485275j \right) pu$$

$$S_{23} = U_2 \left[\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}} + U_2 \cdot y_{23,0} \right] \rightarrow$$

$$S_{23} = 0'95954099 \angle -6'06849394628^\circ \cdot \left[\frac{0'95954099 \angle -6'06849394628^\circ - 0'94809573 \angle -6'43894897605^\circ}{0'00893 + 0'05587j} + \right.$$

$$\left. 0'95954099 \angle -6'06849394628^\circ \cdot 0'06479j \right] =$$

$$S_{23} = 0'95954099 \angle -6'06849394628^\circ \cdot \left(0'131328080966 + 0'134531266425j \right)$$

$$S_{23} = \left(0'138955379929 + 0'115042953779j \right) pu$$

$$S_{32} = U_3 \left[\frac{U_3 - U_2}{Z_{32}} + U_3 \cdot y_{32,0} \right] \rightarrow$$

$$S_{32} = 0'94809573 \angle{-6'43894897605^\circ} \cdot \left[\left(\frac{0'94809573 \angle{-6'43894897605^\circ} - 0'95954099 \angle{-6'06849394628^\circ}}{0'00893 + 0'05587j} \right) + \right.$$

$$\left. + \, 0'94809573 \angle{-6'43894897605^\circ} \cdot 0'06479j \right]$$

$$S_{32} = 0'94809573 \angle{-6'43894897605^\circ} \cdot \left(-0'111955403304 - 0'257703336646j \right)$$

$$S_{32} = \left(-0'108883452069 - 0'243119169393j \right) \text{ pu}$$

4) La potencia que tiene que generar el generador (valga la redundancia) es la potencia de 1-2 y 1-3 mas la local.

$$S_{G1} = S_{12} + S_{13} + S_{loc}$$

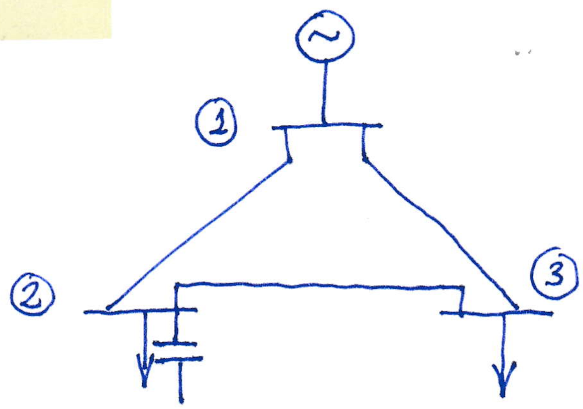
$$S_{G1} = (1'3167589139 + 0'787604333277j) + (1'71977669757 + 1'13422063228j) + (0'6 + 0'32j) =$$

$$S_{G1} = (2'45145259114 + 2'24182496556j) \text{ pu}$$

$$S_{G1} = (245'145 + 224'1825) \text{ MVA}$$

5) El Rendimiento de la red $= \eta\% = \dfrac{1'15 + 1'8}{1'3167589139 + 1'71977669757} \cdot 100 = 97'15\%$

1.3 Dado el sistema eléctrico de la figura, en el que las condiciones de operación son:



NUDO	TENSION	P_G	Q_G	P_D	Q_D
1	230kV	---	---	0	0
2	225 kV	0	0	130	54
3	---	0	0	165	87

Se sabe que en valores p.u las impedancias y admitancias de las líneas son:

LINEA	IMPEDANCIA SERIE	ADMITANCIA PARALELO
1-2	0'01797 + 0'10246 j	0 + 0'11380 j
2-3	0'01835 + 0'08331 j	0 + 0'09719 j
3-1	0'00744 + 0'04239 j	0 + 0'04709 j

Empleando el método de Gauss-Seidel con un error máximo 0'0001 y tomando como valores base para la potencia y la tensión 100MVA y 220kV respectivamente: Determinar:

1) La matriz de admitancias.
2) El flujo de potencia que circulará por todas las líneas.
3) La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nudo 1.
4) La potencia de la batería de condensadores a conectar en el nudo 2.
5) El rendimiento de la red.

Se calculará la tensión en el nudo incognita puesto que el nudo 2 es PV y por tanto la tensión es constante.

El nudo 3 es un nudo PQ y el 1 es nudo oscilante slack.
como en tensión 220 kV = 1 pu:

$\frac{230}{220} = 1'0454545\ pu$ $\frac{225}{220} = 1'0227272$ y la potencia son 100 MVA

$\frac{130}{100} = 1'3\ pu$ y $\frac{54}{100} = 0'54\ pu$ para el nudo 2, mientras que para el 3

$\frac{165}{100} = 1'65\ pu$ y $\frac{87}{100} = 0'87\ pu$. Resumiendo:

NODO	TENSION	PG	QG	PD	QD
1	1'0454545	-----	----	----	----
2	1'0227272	0	----	1'3	0'54
3	------	0	0	1'65	0'87

- Siendo los datos e incognitas

NODO	TIPO	DATOS	INCOGNITAS
1	Slack	$U_1 = 1'0455$ $\delta_1 = 0°$	P_1 & Q_1
2	PV	$P_2 = -1'30$ $U_2 = 1'0227$	Q_2 & δ_2
3	PQ	$P_3 = -1'65$ $Q_3 = -0'87$	U_3 & δ_3

$y_{xx,0}$ paralelo
y_{xx} = serie

$\vec{Y}_{11} = \vec{y}_{12,0} + \vec{y}_{13,0} + \vec{y}_{12} + \vec{y}_{13}$ $\vec{Y}_{12} = \vec{Y}_{21} = -\vec{y}_{12}$

$$\vec{Y}_{11} = 0'11380j + 0'04709j + \frac{1}{0'01797 + 0'10246j} + \frac{1}{0'00744 + 0'04239j} = 5'67736640384 - 32'1932454808j$$

- $$\vec{Y}_{12} = -\frac{1}{0'01797 + 0'10246j} = -1'66066404845 + 9'46864988336j$$

- $$Y_{13} = -\vec{y}_{13} = -\frac{1}{0'00744 + 0'04239j} = -4'01670235539 + 22'8854855974j$$

$\rightarrow$ $\vec{Y}_{21} = \vec{Y}_{12}$

$\rightarrow$ $Y_{22} = y_{21,0} + y_{23,0} + y_{21} + y_{23}$

$$Y_{22} = 0'11380j + 0'09719j + \frac{1}{0'01797 + 0'10246j} + \frac{1}{0'01835 + 0'08331j} =$$

$$\vec{Y}_{22} = 4'18221104543 - 20'7056206637j$$

$$\vec{Y}_{23} = -\vec{y}_{23} = -\frac{1}{0'01835 + 0'08331j} = -2'52154699698 + 11'4479607803j$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} \quad ; \quad \vec{Y}_{32} = \vec{Y}_{23}$$

$$\vec{Y}_{33} = \vec{y}_{32,0} + \vec{y}_{31,0} + \vec{y}_{32} + \vec{y}_{31}$$

$$\vec{Y}_{33} = 0'09719j + 0'04709j + \frac{1}{0'01835 + 0'08331j} + \frac{1}{0'00744 + 0'04239j}$$

$$\vec{Y}_{33} = 6'53824935237 - 34'1891663777j$$

MATRIZ DE ADMITANCIAS

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11}j & G_{12} \pm B_{12}j & G_{13} \pm B_{13}j \\ G_{21} \pm B_{21}j & G_{22} \pm B_{22}j & G_{23} \pm B_{23}j \\ G_{31} \pm B_{31}j & G_{32} \pm B_{32}j & G_{33} \pm B_{33}j \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 5'67736640384 - 32'1932454808j & -1'66066404845 + 9'46864988336j & -4'01670235539 + 22'8854855974j \\ 1'66066404845 + 9'46864988336j & 4'18221104543 - 20'7056206637j & -2'52154699698 + 11'4479607803j \\ -4'01670235539 + 22'8854855974j & -2'52154699698 + 11'4479607803j & 6'53824935237 - 34'1891663777j \end{matrix}$$

NODO 1: SLACK NODO 2: PV NODO 3: PQ

Como hay nodos PV y PQ tenemos:

$$Q_i^{(r+1)} = \mathrm{Im}\left\{ \vec{U}_i^{(r)} \left(\sum_{k=1}^{i-1} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r)} \right) \right\}$$

* Sabemos que $U_1^{(r)}$ es constante, por lo tanto no varía su valor tras iteraciones

$$Q_2^{(r+1)} = \mathrm{Im}\left\{ U_2^{(r)} \left(Y_{21} \cdot U_1^{(r)} + Y_{22}\, U_2^{(r)} + Y_{23} \cdot U_3^{(r)} \right) \right\}$$

$$\phi_2^{(r+1)} = Im\left\{ \vec{U}_2^{(r)} \left[(-1'66066404845 + 9'46864988336j)\, 1'0455 + (4'18221104543 - 20'7056206637j) \cdot U_2^{(r)} + (-2'52154699698 + 11'4479607803j) \cdot U_3^{(r)} \right] \right.$$

Dejamos en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$.

$$Q_2^{(r+1)} = U_2^{(r)} \cdot \left[(-1'73622426265 + 9'89947345305j) + (4'18221104543 - 20'7056206637j)\, U_2^{(r)} + (-2'52154699698 + 11'4479607803j)\, U_3^{(r)} \right]$$

$$\delta_i^{(r+1)} = Arg\left\{ \frac{1}{\vec{Y}_{ii}} \left[\frac{P_i - Q_i j^{(r+1)}}{U_i^{r}} - \sum_{k=1}^{i-1} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r+1)} - \sum_{k=i+1}^{n} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r)} \right] \right\}$$

$$\delta_2^{(r+1)} = Arg\left\{ \frac{1}{Y_{22}} \cdot \left[\frac{P_2 - Q_2^{(r+1)} j}{U_2^{(r)}} - Y_{21} \cdot U_1^{(r)} - Y_{23} \cdot U_3^{(r)} \right] \right\}$$

* P_D = potencia demandada por la planta, al ser consumida es negativa

$$\delta_2^{(r+1)} = Arg\left\{ \frac{1}{4'18221104543 - 20'7056206637j} \cdot \left[\frac{-1'3 - Q_2^{(r+1)} j}{U_2^{(r)}} - (-1'660066404845 + 9'46864988336j) \cdot 1'0455 - (-2'52154699698 + 11'4479607803j) \cdot U_3^{(r)} \right] \right.$$

$$\delta_2^{(r+1)} = Arg\left\{ \frac{-1'3 - Q_2^{(r+1)}}{4'18221104543 - 20'7056206637j \cdot U_2^{(r)}} - (-0'475631799274 + 0'0122475506694j) - (-0'554852577218 - 0'00970926799171j) \cdot U_3^{(r)} \right.$$

$$\vec{U}_i^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - Q_i j^{(r+1)}}{\vec{U}_i^{(r)}} - \sum_{k=1}^{i-1} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r+1)} - \sum_{k=i+1}^{n} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r)} \right] \qquad [i = 2, 3, \ldots, n]$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - Q_3 j}{U_3^{(r)}} - \vec{Y}_{31} \cdot \vec{U}_1^{(r)} - \vec{Y}_{23} \cdot U_2^{(r+1)} \right]$$

PV: siendo $U_2^{(r+1)} = U_2 \angle \delta_2^{\circ}$; $\boxed{U_2 = cte}$ pero δ_2 varía

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{6'53824935237 - 34'1891663777j} \left[\frac{-1'65 - 0'87j}{U_3^{(r)}} - (-4'01670235539 + 22'8854855974j) \cdot 1'0455 - (-2'52154699698 + 11'4479607803j) \cdot U_2^{(r+1)} \right]$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{-0'0334525314258 - 0'0418635246106j}{U_3^{(r)}} - (-0'697804781337 + 0'0106162093307j) - (-0'336634736665 -$$

$$-0'00937563509011j) \cdot U_2^{(r+1)}$$

Tratamos de averiguar $U_3^{(r+1)}$ en cada iteración que será función de $U_2^{(r+1)}$ donde $U_2\,\underline{|\delta_2°}$ será de módulo constante al ser nudo PV pero de argumento δ_2 variable y vendrá éste definido en función de $Q_2^{(r+1)}$ donde a su vez será función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$, así pues ~~/~~ sea pués.

Comenzamos con los valores iniciales la primera iteración para saber la tensión del nudo 3 que sí es variable al igual que su argumento δ_3, tras previa transformación de formato rectangular a polar o modo fasor:

$U_1^{(0)} = 1'0455$ pu $\qquad U_2^{(0)} = 1'0227$ pu $\qquad U_3^{(0)} = 1$ pu

$$Q_2^{(0+1)} = 1'0227 \cdot \left[(-1'73622426265 + 9'89947345305j) + (4'18221104543 - 20'7056206637j) \cdot 1'0227 + (-2'52154699698 + 11'4479607803j) \cdot 1\right] \rightarrow Q_2^{(1)} = 0'0198158111972 + 0'175695749257j \Rightarrow Q_2^{(1)} = -0'175695749257j$$

$$\delta_2^{(0+1)} = \operatorname{Arg}\left\{\frac{-1'3 - (-0'175695749257j)}{(4'18221104543 - 20'7056206637j)\, 1'0227} - (-0'475631799274 + 0'0122475506694j) - (-0'554852577218 - 0'00970926799171j) \cdot 1\right. = 1'01059952188 - 0'0599129533922j$$

$$\delta_2^{(1)} = \operatorname{arctg}\left(\frac{-0'0599129533922j}{1'01059952188}\right) = -3'39278427568°$$ siendo $U_2 = 1'0227\,\underline{|-3'39278427568°}$

$$U_3^{(0+1)} = \frac{-0'0334525314258 - 0'0418635246106j}{1} - (-0'697804781337 + 0'0106162093307j) - (-0'336634736665 - 0'00937563509011j) \cdot 1'0227\,\underline{|-3'39278427568°}$$

$U_3^{1} = 1'00859262962 - 0'0632825779089j$ siendo $U_3^{(1)} = 1'0105759631\,\underline{|-3'59022835898}$ pu

$U_1^{(1)} = 1'0455\,\underline{|0}$ pu ; $U_2^{(1)} = 1'0227\,\underline{|-3'39278427568°}$; $U_3^{(1)} = 1'0105759631\,\underline{|-3'59022835898°}$

Sustituimos en la segunda iteración los nuevos valores obtenidos anteriormente:

$$Q_2^{(1+1)} = 1'0227 \angle{-3'39278427568°} \cdot \Big[(-1'73622426265 + 9'89947345305j) + (4'18221104543 - 20'7056206637j) \cdot 1'0227 \angle{-3'39278427568°}$$

$$+ (-2'52154699698 + 11'4479607803j) \cdot 1'0105759631 \angle{-3'59022835898°}\Big] = -0'536842669716 + 0'250786257779j$$

$$Q_2^{(2)} = -0'250786257779j$$

$$\delta_2^{(1+1)} = Arg\left\{ \frac{-1'3 - (-0'250786257779j)}{(4'18221104543 - 20'7056206637j)\, 1'0227 \angle{-3'39278427568°}} - (-0'475631799274 + 0'0122475506694j) \right.$$

$$\left. -(-0'554852577218 - 0'00970926799171j) \cdot (1'0105759631 \angle{-3'59022835898°}) \right\}$$

$$\delta_2^{(2)} = arctg\left(\frac{-0'095532986151}{1'01596908265}\right) = -5'37180667936°$$

$$U_2^{(2)} = 1'0227 \angle{-5'37180667936°} \ p.u.$$

$U_2 = 1'02045 \angle{-5'3718066}$

$$U_3^{(1+1)} = \frac{-0'0334525314258 - 0'0418635246106j}{1'0105759631 \angle{-3'59022835898°}} - (-0'697804781337 + 0'0106162093307j) - (-0'336634736665$$

$$-0'00937563509011j) \cdot 1'0227 \angle{-5'37180667936°} =$$

$$U_3^{(2)} = (1'01102337053 - 0'0767174611767j)\, pu \rightarrow U_3^{(2)} = 1'01392989137 \angle{-4'33934507121°} \ p.u.$$

Despues de 10 iteraciones el sistema converge en

$$\vec{U}_1 = 1'0455 \angle{0°} \ pu \qquad \vec{U}_2 = 1'0227 \angle{-5'6988849} \ pu \qquad \vec{U}_3 = 1'0079 \angle{-4'224051°} \ pu.$$

3 Calculamos los flujos de potencia:

$$\vec{U}_1 = 230'01 \angle{0°} \ kV$$

$$\vec{U}_2 = 224'994 \angle{-5'6988849°} \ kV$$

$$\vec{U}_3 = 221'738 \angle{-4'224051°} \ kV$$

$$S_{ik} = U_i \cdot I_{ik} = U_i \left(\frac{\vec{U}_i - \vec{U}_k}{Z_{ik}} + \vec{U}_i \cdot \vec{Y}_{ik} \right)$$

$$S_{12} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) + U_1 \cdot y_{12,0} \right]$$

$$S_{12} = 1'0455_{\angle 0^\circ} \left[\left(\frac{1'0455_{\angle 0^\circ} - 1'0227_{\angle -5'6988849^\circ}}{0'01797 + 0'10246j} + 1'0455_{\angle 0^\circ} \cdot 0'1138j \right) \right] =$$

$$S_{12} = (1'05369809352 + 0'024966002269j) \rightarrow \underbrace{\vec{S}_{12} = (1'05369809352 - 0'024966002269j)\ pu}_{\text{Consume reactiva se comporta como condensador}}$$

$$S_{21} = U_2 \cdot \left[\left(\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}} \right) + U_2 \cdot y_{21,0} \right]$$

$$\vec{S}_{21} = 1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} \cdot \left[\frac{1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} - 1'0455_{\angle 0^\circ}}{0'01797 + 0'10246j} + 1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} \cdot 0'11380j \right]$$

$$\vec{S}_{21} = 1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} \cdot (-0'996284411356 - 0'210906450386j) = (-1'03528265635 - 0'113450791931j)\ pu$$

$$\vec{S}_{13} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}} \right) + U_1 \cdot y_{13,0} \right]$$

$$\vec{S}_{13} = 1'0455_{\angle 0^\circ} \cdot \left[\frac{1'0455_{\angle 0^\circ} - 1'0079_{\angle -4'224051^\circ}}{0'00744 + 0'04239j} + 1'0455_{\angle 0^\circ} \cdot 0'04709j \right]$$

$$\vec{S}_{13} = (1'9456903247 - 0'601918391622j)\ pu \rightarrow \vec{S}_{13} = (1'9456903247 + 0'601918391622j)$$

$$\vec{S}_{31} = U_3 \cdot \left[\frac{U_3 - U_1}{Z_{31}} + U_3 \cdot y_{31,0} \right]$$

$$\vec{S}_{31} = 1'0079_{\angle -4'224051^\circ} \cdot \left[\frac{1'0079_{\angle -4'224051^\circ} - 1'0455_{\angle 0^\circ}}{0'00744 + 0'04239j} + 1'0079_{\angle -4'224051^\circ} \cdot 0'04709j \right]$$

$$\vec{S}_{31} = 1'0079_{\angle -4'224051^\circ} (-1'85751827814 - 0'672288677721j) = (-1'9170169868 - 0'537859375522j)$$

$$S_{23} = U_2 \cdot \left[\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}} + U_2 \cdot y_{23,0} \right] \rightarrow 1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} \cdot \left[\frac{1'0227_{\angle -5'6988849^\circ} - 1'0079_{\angle -4'224051^\circ}}{0'01835 + 0'08331j} \right.$$

$1'0227 \angle{-5'6988849^\circ} \left(-0'271363131374 - 0'1128793580 82 j\right)$

$$+ 1'0227 \angle{-5'6988849^\circ} \cdot 0'09719 j \Big] = \left(-0'264688010371 + 0'142429296933 j\right) \text{ pu}$$

$$\vec{S}_{32} = U_3 \cdot \left[\frac{U_3 - U_2}{Z_{32}} + U_3 \cdot y_{32,0} \right]$$

$$\vec{S}_{32} = 1'0079 \angle{-4'224051^\circ} \cdot \left[\frac{1'0079 \angle{-4'224051^\circ} - 1'0227 \angle{-5'6988849^\circ}}{0'01835 + 0'08331 j} + 1'0079 \angle{-4'224051^\circ} \cdot 0'09719 j \right]$$

$$\vec{S}_{32} = 1'0079 \angle{-4'224051^\circ} \cdot \left(0'288448474812 - 0'309476018529 j\right) = \left(0'266962395844 - 0'3324876376 j\right) \text{ pu}$$

$S_{G1} = S_{12} + S_{13} + S_{LOC} \Rightarrow$

$S_{G1} = \left(1'05369809352 - 0'024966002269 j\right) + \left(1'9456903247 + 0'601918391622 j\right) = 2'99938841822 + 0'57695238\ldots 353 j$

siendo $S_{G1} = \left(299'938 + 57'6952 j\right)$ MVA

También se puede verificar $S_1 = U_1 \cdot I_1 = U_1 \left(U_1 \cdot \overline{Y}_{11} + U_2 \cdot \overline{Y}_{12} + U_3 \cdot \overline{Y}_{13}\right)$

4) La potencia neta a inyectar en el nudo 2 por las líneas 1 y 2 y por la línea 3 y 2

$S_2 = S_{21} + S_{23} =$ y como también se puede hacer, de:

$S_2 = U_2 \cdot I_2 = U_2 \left(U_1 \cdot \vec{Y}_{21} + U_2 \cdot \vec{Y}_{22} + U_3 \cdot \vec{Y}_{23}\right)$

$S_2 = \left(-1'03528265635 - 0'113450791931 j\right) + \left(-0'264688010371 + 0'142429296933 j\right)$

$\vec{S}_2 = \left(-1'3 + 0'028978505002 j\right)$ pu.

$S_2 = S_{21} + S_{23} =$

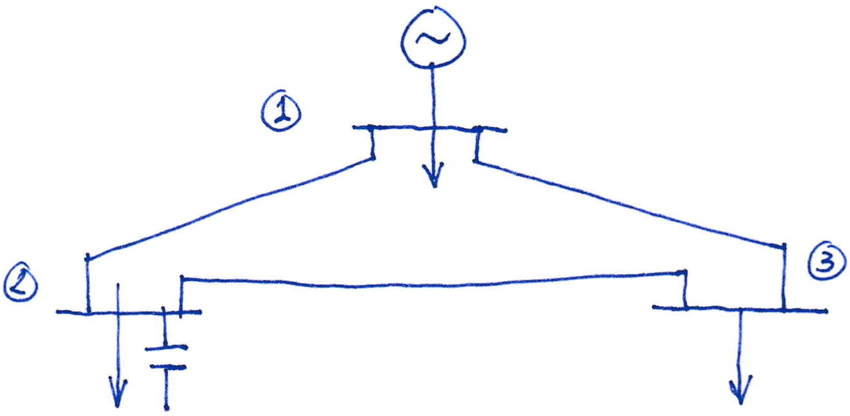
NUDO 2

$Q_{BATERIA_2} = Q_{loc} + Q_2 \Rightarrow 0'54 + 0'02897 = 0'56897\ pu$

$\eta\% = \dfrac{1'30 + 1'65}{2'9994} \cdot 100 = 98'35\%$

1.4) Dado el sistema electrico de la figura, en que las condiciones de operación son:

NUDO	TENSION	P_G	Q_G	P_D	Q_D
1	230	---	---	0	0
2	225	0	0	130	54
3	---	0	0	165	87



LINEA	Impedancia serie	Admitancia paralelo
1-2	0'07797 + 0'10246j	0 + 0'11380j
2-3	0'01835 + 0'08331j	0 + 0'09719j
3-1	0'00744 + 0'04239j	0 + 0'04709j

- Empleando el metodo de Newton-Raphson con un error maximo de 0'0001 MVA y tomando como valores base para la potencia y la tension 100 MVA y 220 kV respectivamente. Determinar:

1°) La matriz de admitancias:

2°) El flujo de potencia que circulará por todas las lineas:

3°) La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nodo 1:

4°) La potencia de la batería de condensadores a conectar en el nodo 2:

5°) El Rendimiento de la red:

Como la tension base es 220kV, los valores pu resultan:

$\frac{230}{220} = 1'0454545$ $\frac{225}{220} = 1'02272727$ y como la potencia base es 100MVA:

NUDO	TENSION	P_G	Q_G	P_D	Q_D
1	1'04545454545	---	--	--	---
2	1'0227272727	0	--	1'30	0'54
3	---	0	0	1'65	0'87

- El primer nudo es oscilante ya que sabemos la tensión pero no la potencia activa ni reactiva
- El segundo nudo es un nudo PV porque sabemos la potencia activa y reactiva y ademas su tensión
- El tercer nudo es un nudo PQ porque sabemos la potencia activa y reactiva pero no su tensión:

Resumiendo:

NUDO	TIPO	DATOS	INCOGNITAS
1	Slack	$U_1 = 1'045454545$ $\delta_1 = 0^0$	P_1; Q_1
2	PV	$P_2 = -1'30$; $U_2 = 1'022727$	Q_2; δ_2
3	PQ	$P_3 = -1'65$ $Q_3 = -0'87$	U_3; δ_3

Ahora podemos definir la matriz de admitancias de nudo, recordando que en general:

$$\vec{Y}_{11} = y_{12,0} + y_{13,0} + y_{12} + y_{13} \Rightarrow$$

$$\vec{Y}_{11} = 0'11380j + 0'04709j + \frac{1}{0'01797 + 0'10246j} + \frac{1}{0'00744 + 0'04239j} =$$

$$\vec{Y}_{11} = (5'67736640384 - 32'1932454808j) \ S^{-1}$$

$$\vec{Y}_{12} = \vec{Y}_{21} = -y_{12} \Rightarrow \vec{Y}_{12} = -\frac{1}{0'01797 + 0'10246j} = (-1'66066404845 + 9'46864988336j) \ S^{-1}$$

$$Y_{13} = -\vec{y}_{13} = \vec{Y}_{13} = -\frac{1}{0'00744 + 0'04239j} = (-4'01670235539 + 22'8854855974j) \ S^{-1}$$

$$Y_{21} = \vec{Y}_{12} \ ; \ Y_{22} = \vec{y}_{21,0} + \vec{y}_{23,0} + \vec{y}_{21} + \vec{y}_{23} =$$

$$Y_{22} = 0'11380j + 0'09719j + \frac{1}{0'01797+0'10246j} + \frac{1}{0'01835+0'08331j}$$

$$\vec{Y}_{22} = (4'18221104543 - 20'7056206637j)$$

$$\vec{Y}_{23} = -\vec{y}_{23} = -\frac{1}{0'01835+0'08331j} = (-2'52154699698 + 11'4479607803j)$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} \quad ; \quad \vec{Y}_{32} = \vec{Y}_{23}$$

$$Y_{33} = \vec{y}_{32,0} + \vec{y}_{31,0} + \vec{y}_{32} + \vec{y}_{31} = 0'09719j + 0'04709j + \frac{1}{0'01835+0'08331j} + \frac{1}{0'00744+0'04239j}$$

$$\vec{Y}_{33} = (6'53824935237 - 34'1891663777j)$$

La matriz de admitancias queda.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11}j & G_{12} \pm B_{12}j & G_{13} \pm B_{13}j \\ G_{21} \pm B_{12}j & G_{22} \pm B_{22}j & G_{23} \pm B_{23}j \\ G_{31} \pm B_{31}j & G_{32} \pm B_{32}j & G_{33} \pm B_{33}j \end{bmatrix}$$

Siendo G la conductancia y B la susceptancia.

$$\begin{bmatrix} 5'67736640384 - 32'1932454808j & -1'66066404845 + 9'46864988336j & -4'01670235539 + 22'8854855974j \\ -1'66066404845 + 9'46864988336j & 4'18221104543 - 20'7056206637j & -2'52154699698 + 11'4479607803j \\ -4'01670235539 + 22'8854855974j & -2'52154699698 + 11'4479607803j & 6'53824935237 - 34'1891663777j \end{bmatrix}$$

2) El flujo de potencias se halla de la siguiente manera. Newton Raphson:

$$P_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \rho_{ik})$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \mathrm{sen}(\delta_{ik} - \rho_{ik})$$

$$\Delta P_i(x) = P_i - P_i(x) = P_i - U_i \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \mathrm{sen}\,\delta_{ik})$$

$$\Delta Q(x) = Q_i - Q_i(x) = Q_i - U_i \cdot \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \mathrm{sen}\,\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik})$$

$$\begin{vmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{vmatrix}^{(r)} = \begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta U}{U} \end{vmatrix}^{(r)} \cdot \begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix}^{(r)}$$ Siendo (r) el numero de iteraciones

$k \neq i \longrightarrow J1ik = J4ik = Ui \cdot Uk \cdot sen(\delta ik - \mu ik)$

$\searrow J2ik = -J3ik = Ui \cdot Uk \cdot Yik \cdot cos(\delta ik - \mu ik)$

$k = i \nearrow J1ii = -Q(x) - Ui^2 \cdot Yii \cdot sen\, \mu ik \qquad J2ii = Pi(x) - Ui^2 \cdot Yii \cdot cos\, \mu ii$

$\searrow J3ii = Pi(x) - U_i^2 \cdot Yii \cdot sen\, \mu ik \qquad J4ii = Qi(x) - Ui^2 \cdot Yii \cdot sen\, \mu ii$

Calcularemos incrementos de tensión y ángulos.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}$$

Despejamos pues los incrementos de tensiones y ángulos, y posteriormente resolveremos la matriz de incrementos de potencia:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{x=0} \begin{array}{l} \Delta P_2 = P_2 - U_2 \cdot [U_1(G_{21} \cdot cos\,\delta_{21} + B_{21} \cdot sen\,\delta_{21}) + U_2 \cdot G_{22} + U_3(G_{23} \cdot cos\,\delta_{23} + B_{23} \cdot sen\,\delta_{23})] \\ \Delta P_3 = P_3 - U_3 \cdot [U_1(G_{31} \cdot cos\,\delta_{31} + B_{31} \cdot sen\,\delta_{31}) + U_3 \cdot G_{33} + U_2(G_{32} \cdot cos\,\delta_{32} + B_{32} \cdot sen\,\delta_{32})] \\ \Delta Q_2 = Q_2 - U_2 [U_1(G_{21} \cdot sen\,\delta_{21} - B_{21} \cdot cos\,\delta_{21}) - U_2 \cdot B_{22} + U_3(G_{23} \cdot sen\,\delta_{23} - B_{23} \cdot cos\,\delta_{23})] \\ \Delta Q_3 = Q_3 - U_3 [U_1(G_{31} \cdot sen\,\delta_{31} - B_{31} \cdot cos\,\delta_{31}) - U_3 \cdot B_{33} + U_2(G_{32} \cdot sen\,\delta_{32} - B_{32} \cdot cos\,\delta_{32})] \end{array}$$

Pero como el nodo 2 es nodo PV, la tensión U_2 se mantiene constante por lo tanto no hay incrementos de tensión en el nodo 2.

$\cancel{\Delta U_2/U_2}$ por lo tanto no hay incrementos de potencia reactiva.

Por lo tanto la expresión se puede reducir así:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}$$

eliminando así ΔQ_2 de la última de las expresiones de la página anterior.

Pues sustituyendo en la última de las expresiones de la página anterior tenemos para los siguientes valores iniciales:

$U_1^{(0)} = 1'0455 + 0j$ pu $\qquad U_2^{(0)} = 1'022727 + 0j$ pu $\qquad U_3^{(0)} = 1 + 0j$ pu

$P_2 = -1'3 \qquad\qquad P_3 = -1'65$

$Q_2 = -0'54j \qquad\qquad Q_3 = -0'87j$

$$\Delta P_2 = -1'3 - 1'022727\left[1'0455\left(-1'66066404845 \cdot \cos 0° + 9'46864988336j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1'022727 \cdot\right.$$
$$\left. \cdot\, 4'18221104543 + 1 \cdot \left(-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = -1'31993182037 //$$

$$\Delta P_3 = -1'65 - 1\left[1'0455\left(-4'01670235539 \cdot \cos 0° + 22'8854855974j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1 \cdot 6'53824935237 +\right.$$
$$\left. + 1'022727 \cdot \left(-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = -1'40993284423 //$$

$$\Delta Q_3 = -0'87 - 1 \cdot \left[1'0455 \cdot \left(-4'01670235539 \cdot \operatorname{sen} 0° - 22'8854855974j \cdot \cos 0°\right) - 1 \cdot -34'189166377j\right.$$
$$\left. + 1'022727 \cdot \left(-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0° - 11'4479607803j \cdot \cos 0°\right)\right] = 0'5757473994 //$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(x=0)} = \begin{bmatrix} -1'31993182037 \\ -1'40993284423 \\ 0'5757473994 \end{bmatrix}$$

Ahora procedemos a resolver el Jacobiano que hemos reducido al desaparecer la componente ΔQ_2 debido a que $U_2 = cte$.

(*1)

$$\begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H & N \\ M & L \end{vmatrix}$$

(*2)

(*1)

$$J1 = \frac{\partial P}{\partial \delta} \begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} \right) \quad i \neq k \\[2ex] \dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} \right) \end{cases}$$

$$J2 = \frac{\partial P}{\partial U} = \begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial U_k} = U_i \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} \right) \quad i \neq k \\[2ex] \dfrac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2 G_{ii} \cdot U_i + \sum\limits_{k \neq i} U_k \cdot \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} \right) \end{cases}$$

$$J3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta} \begin{cases} \dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} \right) \quad i \neq k \\[2ex] \dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} \right) \end{cases}$$

$$J4 = \frac{\partial Q}{\partial U} = \begin{cases} \dfrac{\partial Q_i}{\partial U_k} = U_i \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} \right) \quad i \neq k \\[2ex] \dfrac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2 B_{ii} \cdot U_i + \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} \right) \end{cases}$$

Analizando las expresiones anteriores se tiene la comparación de $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_k \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \qquad \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_k \frac{\partial P_i}{\partial U_k}$$

Dado los términos de cada submatriz de la nueva formulación se obtienen de acuerdo con las expresiones anteriores por tanto resultan:

(*2)

$$H \begin{cases} H_{ik} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) \quad i \neq k \\ H_{ii} = -Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = -U_i \sum_{k\neq i} U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) \end{cases}$$

$$N \begin{cases} N_{ik} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) \quad i \neq k \\ N_{ii} = P_i + G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[2G_{ii} \cdot U_i + \sum U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik})\right] \end{cases}$$

$$M \begin{cases} M_{ik} = -U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) \quad i \neq k \\ M_{ii} = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \sum_{i\neq k} U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) \end{cases}$$

$$L \begin{cases} L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) \quad i \neq k \\ L_{ii} = Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[-2B_{ii} \cdot U_i + \sum U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik})\right] \end{cases}$$

De este modo podemos resolver los jacobianos:

MATRIZ $H = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} \\ H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}$; MATRIZ $N = \begin{bmatrix} N_{23} \\ N_{33} \end{bmatrix}$; MATRIZ $M = \begin{bmatrix} M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$

MATRIZ $L = [L_{33}]$: Comenzamos resolviendo la matriz H...

<u>MATRIZ H:</u>

$$H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -U_2 \left[U_1 (G_{21} \cdot \text{sen}\,\delta_{21} - B_{21} \cdot \cos\delta_{21}) + U_3 \cdot (G_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23})\right]$$

$$H_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23}\right]$$

$$H_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32}\right]$$

$$H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -U_3 \cdot \left[U_1 (G_{31} \cdot \text{sen}\,\delta_{31} - B_{31} \cdot \cos\delta_{31}) + U_2 (G_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32})\right]$$

$H_{44} = \quad -U_4 \cdot [U\ 41 \cdot \ldots \quad 42 \quad U_3 \quad G\ 43 \cdots$

• Sustituimos valores:

$$H_{22} = -1'022727 \left[1'0455 \left(-1'66066404845 \cdot \operatorname{sen} 0° - 9'46864988336 j \cdot \cos 0°\right) + 1 \left(-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0° - 11'4479607807 j \cdot \cos 0°\right)\right] = 21'8325973716$$

$$H_{23} = 1'022727 \cdot 1 \left[-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0° - 11'4479607803 j \cdot \cos 0°\right] = -11'708138585$$

$$H_{32} = 1'022727 \cdot 1 \left[-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0° - 11'4479607803 j \cdot \cos 0°\right] = -11'708138585$$

$$H_{33} = -1 \left[1'0455 \left(-4'01670235539 \cdot \operatorname{sen} 0° - 22'8854855974 j \cdot \cos 0°\right) + 1'022727 \left(-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0° - 11'4479607803 j \cdot \cos 0°\right)\right] = 35'6349137767$$

MATRIZ N

$$N_{23} = U_3 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right]$$

$$N_{33} = U_3 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3 \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \cos \delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31}\right) + 2 G_{33} \cdot U_3 + U_2 \left(G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right)\right]$$

$$N_{23} = 1'045545 \cdot 1 \left[-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right] = -2'63639085496$$

$$N_{33} = 1 \cdot \left[1'045545 \left(-4'01670235539 \cdot \cos 0° + 22'8854855974 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 2 \cdot 6'53824935237 \cdot 1 + 1'022727 \left(-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = 6'29800144495$$

MATRIZ M

$$M_{32} = \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right]$$

$$M_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3 \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \cos \delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31}\right) + U_2 \left(G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right)\right]$$

• Sustituimos valores:

$$M_{32} = -1'022727 \cdot 1 \left[\left(-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = 2'57885419558$$

$$M_{33} = 1 \cdot \left[1'0455 \left(-4'01670235539 \cdot \cos 0° + 22'8854855974 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1'022727 \left(-2'52154699698 \cdot \cos 0° + 11'4479607803 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = -6'77831650814$$

· MATRIZ L

$$L_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial U_3} \cdot U_3 = U_3 \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31} - B_{31} \cdot \cos \delta_{31} \right) - 2 B_{33} \cdot U_3 + U_2 \left(G_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32} - B_{32} \cdot \cos \delta_{32} \right) \right]$$

$$L_{33} = 1 \cdot \left[1'043545 \left(-4'01670235539 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 22'8854855974j \cdot \cos 0^\circ \right) - 2 \cdot -34'1891663777j \cdot 1 + 1'022727 \left(-2'52154699698 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ - 11'4479607803j \cdot \cos 0^\circ \right) \right] = 32'7423891315$$

La matriz queda:

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21'8325973726 & -11'708138585 & -2'63639085496 \\ -11'708138585 & 35'6349137767 & 6'29800144495 \\ 2'57885419558 & -6'7783165081 4 & 32'7423891315 \end{bmatrix}$$

Ya tenemos despejados los incrementos de ángulo y tensiones, pero la matriz jacobiana es inversa

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0'0555812708304 & 0'0184383367245 & 0'000928743552236 \\ 0'018363490866 & 0'0331637016247 & -0'00490042741608 \\ -0'000576086250649 & 0'00541329722338 & 0'0294538145604 \end{bmatrix}$$

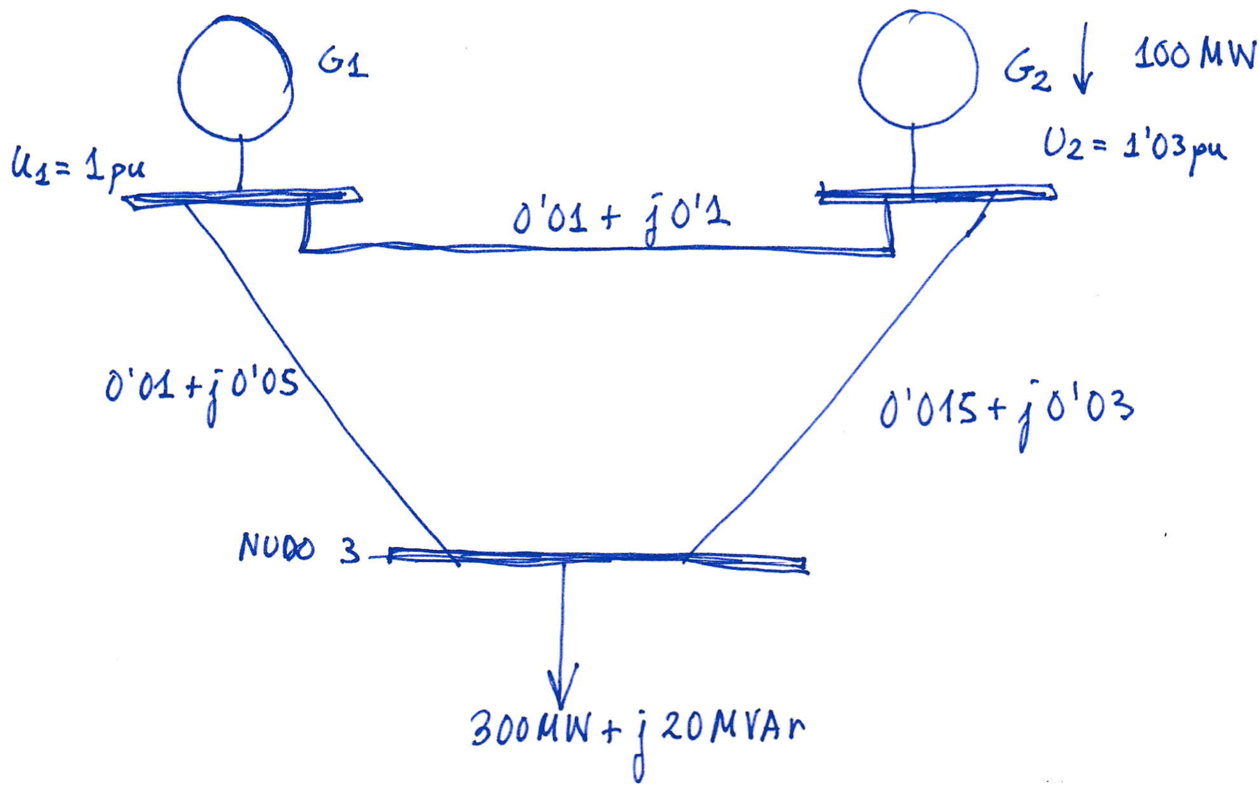
Como ya tenemos los incrementos de potencia ...

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ M_{32} & M_{33} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0'0555812708304 & 0'0184383367245 & 0'000928743552236 \\ 0'018363490866 & 0'0331637016247 & -0'00440042741608 \\ -0'000576086250649 & 0'00541329722338 & 0'0294538145604 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1'31993182037 \\ -1'40993284423 \\ 0'5757473994 \end{bmatrix}$$

P1.5 Dado el sistema eléctrico de la figura, en el que las condiciones de operación son:

NUDO	TENSION	PG	QG	PD	QD
1	1 pu	---	---	---	---
2	1'03 p.u	100	0	---	---
3	---	---	---	300	20



Empleando el método de gauss seidel con un error máximo de 0'0001 y con una potencia base de 100MVA y sabiendo que el generador 2 tiene unos límites inferior y superior de generación de energía reactiva de -10MVAr y 150MVAr. Determinar:

1) La matriz de admitancias.
2) Las tensiones en el nudo 3, comprobando que el nudo 2 es un un nudo PV.
3) El flujo de potencia que circulará por todas las líneas.
4) La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nudo 1 y al nudo 2.
5) El rendimiento de la red.

• Inicialmente se expresan los valores del problema en valores pu.

• Clasificamos los nudos

NUDO	TIPO	DATOS	INCOGNITAS
1	Slack	$U_1 = 1$ $\delta_1 = 0°$	P_1 & Q_1
2	PV	$P_2 = 1$ $U_2 = 1'03$	Q_2 & δ_2
3	PQ	$P_3 = -3$ $Q_3 = -0'2$	U_3 & δ_3

IMPEDANCIAS.

$1-2 \rightarrow 0'01 + 0'1j$

$2-3 \rightarrow 0'015 + 0'03j$

$3-1 \rightarrow 0'01 + 0'05j$

• Ahora procedamos a resolver la matriz de admitancias: teniendo en cuenta que <u>no hay admitancias en paralelo</u>:

$$\vec{Y}_{11} = \cancel{y_{12,0}}^{\,0} + \cancel{y_{13,0}}^{\,0} + y_{12} + y_{13} = \vec{Y}_{11} = y_{12} + y_{13} \Rightarrow \vec{Y}_{11} = \frac{1}{0'01 + 0'1j} + \frac{1}{0'01 + 0'05j}$$

$$\vec{Y}_{12} = \vec{Y}_{21} = -y_{12}$$

$$Y_{11} = (4'83625285605 - 29'1317593298j)$$

$$\vec{Y}_{12} = -\frac{1}{0'01 + 0'1j} = -0'990099009901 + 9'90099009901j$$

$$\vec{Y}_{13} = -y_{13} = -\frac{1}{0'01 + 0'05j} = 3'84615384615 + 19'2307692308j$$

$$\vec{Y}_{21} = \vec{Y}_{12} \quad ; \quad \vec{Y}_{22} = \cancel{y_{21,0}}^{\,0} + \cancel{y_{23,0}}^{\,0} + y_{21} + y_{23} = \frac{1}{0'01 + 0'1j} + \frac{1}{0'015 + 0'03j} =$$

$$Y_{23} = -y_{23} = -\frac{1}{0'015 + 0'03j}$$

$$\vec{Y}_{22} = (14'3234323432 - 36'5676567657j)$$

$$\vec{Y}_{23} = (-13'3333333333 + 26'6666666667j)$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} \quad ; \quad \vec{Y}_{32} = \vec{Y}_{23}$$

$$\vec{Y}_{33} = \cancel{\vec{y}_{32,0}}^{\,0} + \cancel{\vec{y}_{31,0}}^{\,0} + \vec{y}_{32} + \vec{y}_{31} \rightarrow = \frac{1}{0'015 + 0'03j} + \frac{1}{0'01 + 0'05j} =$$

$$\vec{Y}_{33} = (17'1794871794 - 45'8974358975j)$$

La <u>*MATRIZ DE ADMITANCIAS*</u>:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11}j & G_{12} \pm B_{12}j & G_{13} \pm B_{13}j \\ G_{21} \pm B_{21}j & G_{22} \pm B_{22}j & G_{23} \pm B_{23}j \\ G_{31} \pm B_{31}j & G_{32} \pm B_{32}j & G_{33} \pm B_{33}j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4'83625285605-29'1317593298j & -0'990099009901+9'90099009901j & -3'84615384615+19'2307692308j \\ -0'990099009901+9'90099009901j & 14'3234323432-36'5676567657j & -13'3333333333+26'6666666667j \\ -3'84615384615+19'2307692308j & -13'3333333333+26'6666666667j & 17'1794871794-45'8974358975j \end{bmatrix}$$

Determinada la matriz de admitancias de nudo red, podemos determinar por el método de Gauss seidel las tensiones en los nudos, sabiendo que el nudo 1 es un nudo slack o nodo oscilante, que el nudo 2 es un nudo PV y que el nudo 3 es PQ. El proceso iterativo es de la forma:

$$Q_i^{(r+1)} = -Im\left\{\vec{U}_i^{(r)} \cdot \left[\sum_{k=1}^{i-1} \vec{Y}_{ik} \cdot \vec{U}_k^{(r+1)} + \vec{U}_i^{(r)} \sum_{k=i}^{n} \vec{Y}_{ik}\, \vec{U}_k^{(r)}\right]\right\} \quad i = 2, 3 \ldots m$$

y siendo las tensiones $U_1^{(0)} = 1+0j$ pu $\quad U_2^{(0)} = 1'03+0j \quad U_3^{(0)} = 1+0j$ pu sustituimos simplificando y reduciendo la expresión para dejarla en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$ ya que el nudo 1 es nudo Slack y quedará fijo a lo largo de todas las iteraciones al igual que su argumento, en cuanto a $U_2^{(r+1)}$ la tensión quedará inmovil pero su angulo no y finalmente U_3 varian al igual que su ángulo.

$$Q_2^{(r+1)} = -Im\left\{U_2^{(r)}\left(Y_{21} \cdot U_1^{(r)} + Y_{22} \cdot U_2^{(r)} + Y_{23} \cdot U_3^{(r)}\right)\right\}$$ dejamos en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$

$$Q_2^{(0+1)} = Im\left\{U_2^{(r)}\left[(-0'990099009901+9'90099009901j)\cdot 1 + (14'3234323432-36'5676567657j)\cdot U_2^{(r)} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (-13'3333333333+26'6666666667j)\cdot U_3^{(r)}\right]\right\}$$

$$Q_2^{1} = U_2^{(r)}\left[(-0'990099009901+9'90099009901j)+(14'3234323432-36'5676567657j)\cdot U_2^{(r)} + (-13'3333333333 + \right.$$
$$\left. + 26'6666666667j)\cdot U_3^{(r)}\right]$$ la dejamos en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$.

Ahora comenzamos con la tensión del nudo 2:

$$U_i^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - Q_i j}{U_i^{(r)}} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} Y_{ik} \cdot U_k^{(r)}\right] \quad i = 2, \ldots n$$

$$U_2^{(r+1)} = \frac{1}{\vec{Y}_{22}}\left[\frac{P_2 - Q_2 j}{\vec{U}_2^{(r)}} - \vec{Y}_{21} \cdot \vec{U}_1^{(r)} - \vec{Y}_{23} \cdot \vec{U}_3^{(r)}\right] \quad i = 2, 3 \ldots n$$

$$U_2^{(r+1)} = \frac{1}{14'3234323432 - 36'5676567657j}\left[\frac{1-Q_2 j}{U_2^{(r)}} - (-0'990099009901 + 9'90099009901j)\cdot 1 - \right.$$

$$\left. -(-13'3333333333 + 26'6666666667j)\cdot U_3^{(r)}\right]$$

$$U_2^{(0+1)} = \frac{1-Q_2 j}{(14'3234323432 - 36'5676567657j)U_2^{(r)}} - (-0'243937232525 + 0'0684736091295j) - (-0'756062767475$$

$$-0'0684736091296j)U_3^{(r)}$$ ya está en función de $U_2^{(r)}$ y $U_3^{(r)}$.

Ahora con la tensión del nudo 3:

$$U_i^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - Q_i j}{U_i^{(r)}} - \sum_{\substack{k=1\\ k=i}} \vec{Y}_{ik}\cdot\vec{U}_k^{(r)}\right]$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{33}}\left[\frac{P_3 - Q_3 j}{U_3^{(r)}} - Y_{31}\cdot U_1^{(r)} - Y_{23}\cdot U_2^{(r+1)}\right] \quad i = 2;\ 3 \ldots n$$

$$U_3^{(r+1)} = \frac{1}{17'1794871794 - 45'8974358975j}\left[\frac{-3-(-0'2)}{U_3^{(r)}} - (-3'84615384615 + 19'2307692308j)\cdot 1 - (-\right.$$

$$\left. -13'3333333333 + 26'6666666667j)\cdot U_2^{(r+1)}\right]$$

$$U_3^{(0+1)} = \frac{-2'8}{(17'1794871794 - 45'8974358975j)U_3^{(r)}} - (-0'395017793595 + 0'0640569395013j) - (-0'604982206406 -$$

$$-0'0640569395021j)\cdot U_2^{(r+1)}$$

Las ecuaciones ya están reducidas y simplificadas para sustituir los valores de los datos iniciales para iterar.

$U_1^{(1)} = 1 + 0j$ pu $\qquad U_2^{(0)} = 1'03 + 0j$ pu $\qquad U_3^{(0)} = 1 + 0j$ pu

Iteramos: . . .

$$Q_2^{(1)} = 1'03 \cdot \left[(-0'990099009901 + 9'90099009901j) + (14'3234323432 - 36'5676567657j) \cdot 1'03 + \right.$$

$$\left. + (-13'3333333333 + 26'6666666667j) \cdot 1 \right] \Rightarrow Q_2^1 = 0'442594059409 - 1'12994059409j$$

$$Q_2^{(1)} = 1'12994059409j$$

$$U_2^{(1)} = \frac{1 - 1'12994059409j}{(14'3234323432 - 36'5676567657j)\,1'03} - (-0'243937232525 + 0'0684736091295j) - (-0'756062767475 - 0'0684736091296j) \cdot 1 \Rightarrow U_1^{(1)} = 1'03502570901 + 0'0128306119311j$$

$U_2^{(1)} = 1'03510523277 \underline{|0'71022608683°}$ pu   como el nodo PV es constante en cuanto a la tension, $U_2^{(0)} = 1'03$

por lo tanto $U_2 = 1'03 \underline{|0'71022608683°}$ pu   – ¿ES UN NODO PV? U no cte

$1'03 \neq 1'0351052\ldots$

$$U_3^{(1)} = \frac{-2'8}{(17'17948717944 - 45'8974358975j) \cdot 1} - (-0'395017793595 + 0'0640569395013j) - (-0'604982206406 - 0'0640569395021j) \cdot 1'03 \underline{|0'71022608683°} = (0'997255287171 - 0'0438682499464j)$$

$U_3^{(1)} = 0'998219680804 \underline{|-2'51875951651°}$ pu.

Finalmente tras 17 iteraciones se tiene que: $Q_2 = 0'89723$ pu.

$U_1^{17} = 1 \underline{|0°}$ pu $U_2^{17} = 1'03 \underline{|-2'7217°}$ pu $U_3 = 0'99397 \underline{|-4'71481°}$ pu

Conocidos los valores de tensiones y argumentos de cada uno de los nodos ya podemos calcular los flujos de potencia

$S_{ik} = U_i \cdot I_{ik} = U_i \left[(U_i - U_k) \cdot y_{ik} \right]$ Calcularemos la potencia en las tres lineas pero para ambos sentidos es decir, desde ik o bien para ki

$$\vec{S}_{12} = U_1 \left[\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) + U_1 \cdot y_{12,0} \right] \rightarrow 1\underline{|0°} \cdot \left[\left(\frac{1\underline{|0°} - 1'03\underline{|-2'7217°}}{0'01 + 0'1j} \right) \right] + \cancel{1\underline{|0°} \cdot 0}$$

NO HAY ADMITANCIAS EN PARALELO

$$\vec{S}_{12} = (0'455697961374 + 0'333951008737j)$$

$$\vec{S}_{12} = (0'455697961374 - 0'333951008737j) \text{ pu}$$

$$S_{21} = U_2 \cdot \left(\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}}\right) \rightarrow \vec{S}_{21} = \frac{1'03_{\angle -2'7217^\circ} - 1_{\angle 0^\circ}}{0'01 + 0'1j} \cdot 1'03_{\angle -2'7217^\circ} = -0'485172746592 - 0'32129365728j$$

$$\vec{S}_{21} = (-0'485172746592 + 0'321293657283j)\ pu$$

$$\vec{S}_{13} = U_1 \cdot \left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}}\right) \rightarrow \vec{S}_{13} = 1_{\angle 0^\circ} \cdot \left(\frac{1_{\angle 0^\circ} - 0'99397_{\angle -4'71481^\circ}}{0'01 + 0'05j}\right) = (1'60729157148 + 0'1335898795 56j)$$

$$\vec{S}_{13} = (1'60729157148 - 0'1335898795 56j)\ pu$$

$$\vec{S}_{31} = U_3 \cdot \left[\frac{U_3 - U_1}{Z_{31}}\right] \rightarrow \vec{S}_{31} = 0'99397_{\angle -4'71481^\circ} \cdot \left[\frac{0'99397_{\angle -4'71481^\circ} - 1_{\angle 0^\circ}}{0'01 + 0'05j}\right]$$

$$\vec{S}_{31} = (-1'60310796083 - 0'00101852481565j) \rightarrow \vec{S}_{31} = (-1'60310796083 + 0'00101852481565j)\ pu$$

$$S_{23} = U_2 \left[\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}}\right] \rightarrow S_{23} = 1'03_{\angle -2'7217^\circ} \cdot \left(\frac{1'03_{\angle -2'7217^\circ} - 0'99397_{\angle -4'71481^\circ}}{0'015 + 0'03j}\right)$$

$$\vec{S}_{23} = 1'39562292856 - 0'66678394575j\ pu$$

$$\vec{S}_{23} = (1'39562292856 + 0'66678394575j)\ pu.$$

$$\vec{S}_{32} = U_3 \cdot \left[\frac{U_3 - U_2}{Z_{32}}\right] \rightarrow \vec{S}_{32} = 0'99397_{\angle -4'71481^\circ} \cdot \left[\frac{0'99397_{\angle -4'71481^\circ} - 1'03_{\angle -2'7217^\circ}}{0'015 + 0'03j}\right]$$

$$\vec{S}_{32} = (-1'32360935185 + 0'689911068274j)\ pu$$

$$\rightarrow \vec{S}_{32} = (-1'32360935185 - 0'689911068274j)\ pu.$$

7) La potencia que debe producir el generador conectado al nodo 1 será la suma de la potencia que debe inyectar a las líneas conectadas a este nodo, es decir.

$$S_{G1} = S_{12} + S_{13} \rightarrow S_{G1} =$$

$$S_{G1} = (0'455697961374 - 0'333951008737j) + (1'60729157148 - 0'1335898795 56j)$$

$$S_{G1} = (2'06298953285 - 0'467540888293j)\ pu$$

Para el generador 2 tenemos que $S_{G2} = S_{21} + S_{23}$

$$S_{G2} = (-0'485172746592 + 0'321293657283j) + (1'39562292856 + 0'66678394575j) =$$

$S_{G_2} = (0'910450181968 + 0'988077603033j)$ pu.

5 El Rendimiento $\eta\% = \dfrac{\Sigma \text{ Potencia consumida a través de líneas}}{\text{Potencia inyectada a las líneas}} \cdot 100$

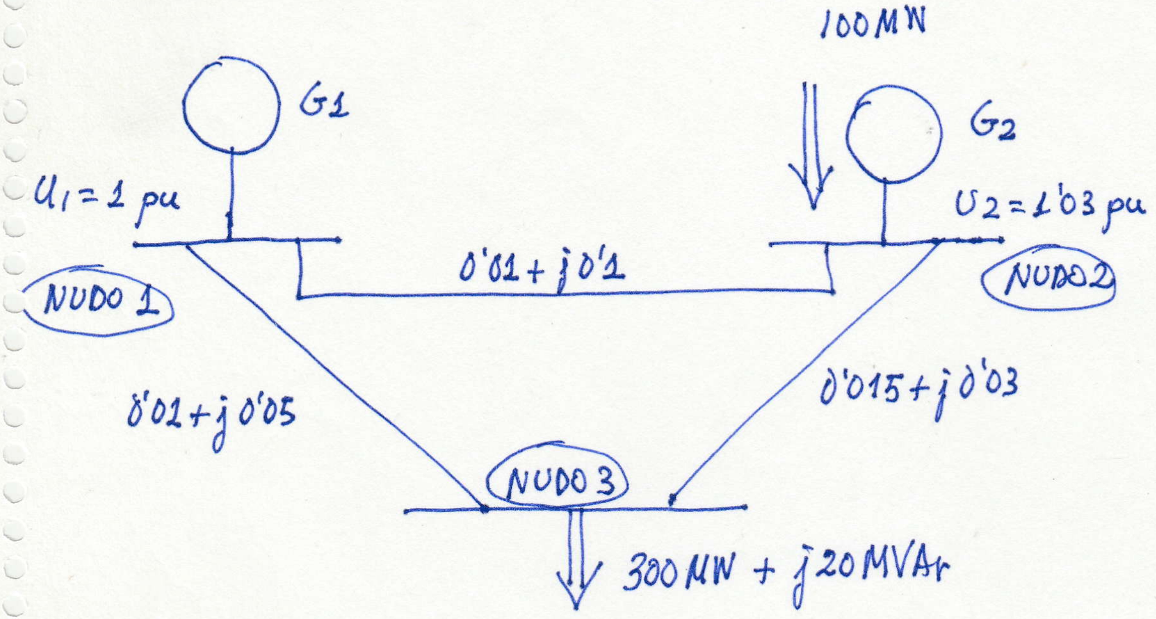
$$\eta\% = \frac{300}{206'9 + 91} =$$

Dado el sistema eléctrico de la figura, en el que las condiciones de operación son:

NUDO 1 Tensión: 1 pu

NUDO 2 Tensión: 1'03 pu; $P_G = 100MW$; $Q_G = 0$ MVAR

NUDO 3 $P_D = 300MW$; $Q_D = 20MVAr$



Empleando el método de Newton-Raphson con un error máximo de 0'0001 y con una potencia base de 100MVA y sabiendo que el generador 2 tiene unos límites inferior y superior de generación de energía reactiva de -10MVAr y 150MVAr. Determinar:

1- La Matriz de admitancias:

2- Las tensiones en el nudo 3, comprobando que el nudo 2 es un nudo PV. Indicando para cada interacción los términos de las tres matrices:

3- El flujo de potencia que circulará por todas las líneas:

4- La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nudo 1 y nudo 2:

5- El Rendimiento de la red:

Para obtener la matriz de admitancias primero es necesario clasificar los nudos del sistema eléctrico:

→ NUDO PV nudo de generación: Es posible variar la potencia activa suministrada al nudo actuando sobre la válvula de admisión así como su corriente de excitación a bornes de los bornes del alternador: Tenemos la potencia activa y el módulo de la tensión.

NUDO PQ de carga: son aquellos nudos que se encuentran conectados a receptores debido a que consumen potencia si bien existe generación, se supone constante.
Se conoce la potencia demandada por los usuarios conectados. Como consecuencia pueden tomarse como dato del problema las potencias activa y reactiva.

-NUDO SLACK o nudo oscilante: es el que aporta para compensar los desequilibrios generados entre los nudos de carga y generación, y se hace un balance de potencias.
Por conveniencia se enumeran los nudos de tal modo que el nudo generación al que se le asigna esta misión se le numera como 1 que pasa a ser un nudo oscilante o SLAK. En este tipo de nudos, se especifica el argumento de la tensión en lugar de potencia activa, que generalmente se toma como ángulo de referencia para los argumentos de las tensiones del resto de nudos del sistema

• TIPO DE NUDO: SLACK: DATOS: U_1^{esp}, $\delta_i^{esp}=0$

INCOGNITAS: P_1, Q_1

PV: DATOS: P_i^{esp} ; U_1^{esp}

INCOGNITAS: Q_i, δ_i

PQ: DATOS: P_i^{esp}, Q_1^{esp}

INCOGNITAS: U_i, δ_i

En el caso de que existan condensadores conectados al nudo podemos encontrar:
→ Que su potencia reactiva sea fija, en cuyo caso se tratará de un nudo PQ.
→ Que los condensadores posean un sistema de control adecuado que permita variar su capacidad → $U=cte$, en cuyo caso se trata de un nudo PV.

NUDO-TIPO	TENSION	Desfase	Pgen	Qgen	Pcon	Qcon	DATOS	Incognita
Slack	1	0°	—	—	—	—	U_1 δ_1	P_1 Q_1
Generación	1'03	—	1	—	—	—	U_2 P_2	Q_2 δ_2
Carga	—	—	0	0	3	0'2	P_3 Q_3	U_3 δ_3

Comenzamos por la matriz de admitancias. Donde tenemos.

Linea	Impedancia Serie	Admitancia Paralelo
1-2	0'01 + 0'1i	0+0i
2-3	0'15 + 0'03i	0+0i
3-1	0'01 + 0'05i	0+0i

$Z=R+X_L\cdot i$ $\qquad Y=G+Bi$

$$\begin{bmatrix}\vec{I}_1\\ \vec{I}_2\\ \vec{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{Y}_{11} & \vec{Y}_{12} & \vec{Y}_{13}\\ \vec{Y}_{21} & \vec{Y}_{22} & \vec{Y}_{23}\\ \vec{Y}_{31} & \vec{Y}_{32} & \vec{Y}_{33}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\vec{U}_1\\ \vec{U}_2\\ \vec{U}_3\end{bmatrix}$$

$$\vec{Y}=\frac{1}{\vec{Z}} = G\pm Bi=\frac{1}{\vec{Z}}$$

$\vec{Y}_{11} = \vec{Y}_{12,0} + \vec{Y}_{13,0} + \vec{Y}_{12} + \vec{Y}_{13}$

$\vec{Y}_{12} = \vec{Y}_{21} = -\vec{y}_{12}$

$\vec{Y} = G \pm Bi$

G= Conductancia

B= Susceptancias

$$\vec{Y}_{11} = \bar{y}_{12,0} + \bar{y}_{13,0} + \bar{y}_{12} + \bar{y}_{13} = \bar{y}_{12} + y_{13} = \frac{1}{0'01+0'1j} + \frac{1}{0'01+0'05j} =$$

$$\vec{Y}_{11} = 4'83625285605 - 29'1317593298j$$

$$\vec{Y}_{12} = \vec{Y}_{21} = -\vec{y}_{12} \rightarrow \vec{Y}_{12} = \frac{1}{-0'01-0'1j} = -0'990099009901 + 9'90099009901j$$

$$\vec{Y}_{22} = y_{21,0} + y_{23,0} + y_{21} + y_{23} = y_{21} + y_{23} = \frac{1}{0'01+0'1j} + \frac{1}{0'015+0'03i} =$$

$$\vec{Y}_{22} = 14'3234323432 - 36'5676567657j$$

$$\vec{Y}_{23} = \vec{Y}_{32} = -\vec{Y}_{23} \rightarrow \vec{Y}_{23} = \frac{1}{-0'015-0'03j} = -13'3333333333 + 26'6666666667j$$

$$\vec{Y}_{33} = \bar{y}_{32,0} + \bar{y}_{31,0} + \bar{y}_{32} + y_{31} = \bar{y}_{32} + \bar{y}_{31} = \frac{1}{0'01+0'05j} + \frac{1}{0'015+0'03j}$$

$$\vec{Y}_{33} = 17'1794871794 - 45'8974358975j$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{y}_{13} = -\vec{y}_{31} = \frac{1}{-0'01-0'05j} = -3'84615384615 + 19'2307692308j$$

$\vec{Y}_{13} \equiv \vec{Y}_{31}$; $\vec{Y}_{21} \equiv \vec{Y}_{12}$; $\vec{Y}_{32} \equiv \vec{Y}_{23}$

MATRIZ DE ADMITANCIAS

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11} & G_{12} \pm B_{12} & G_{13} \pm B_{13} \\ G_{21} \pm B_{21} & G_{22} \pm B_{22} & G_{23} \pm B_{23} \\ G_{31} \pm B_{31} & G_{32} \pm B_{32} & G_{33} \pm B_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4'83625285605 - 29'1317593298j & -0'990099009901 + 9'90099009901j & -3'84615384615 + 19'2307692308j \\ -0'990099009901 + 9'90099009901j & 14'3234323432 - 36'5676567657j & -13'3333333333 + 26'6666666667j \\ -3'84615384615 + 19'2307692308j & -13'3333333333 + 26'6666666666j & 17'1794871794 - 45'8974358975j \end{bmatrix}$$

2- Tensiones en el nudo 3:

Para comprobar que el nudo 2 es un nudo PV debemos tener en cuenta que $\frac{\Delta U_2}{U_2} = 0$ siendo $Q = cte$ y sabiendo que los términos.

$N_{22}, N_{32}, L_{22}, L_{32}, L_{23}, M_{23} = \emptyset$. para saber las tensiones en el nudo 3,

Se trata pues de resolver $2n = 6$ incognitas reales, para lo que dispone de 6 ecuaciones algebraicas reales no lineales definidas por

$$P_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \gamma_{ik}) \qquad i = 2, \dots n \qquad \text{Sistema } 2\times(n-1)-m$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \gamma_{ik}) \qquad i = m+1, \dots n$$

$$\Delta P_i(x) = P_i - P_i(x) = P_i - U_i \cdot \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \qquad i = 2, \dots n$$

$$\Delta Q(x) = Q_i - Q_i(x) = Q_i - U_i \cdot \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}) \qquad i = m+1, \dots, n$$

$$\begin{vmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{vmatrix}^{(r)} = \begin{vmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta U}{U} \end{vmatrix}^{(r)} \cdot \begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix}^{(r)}$$

Siendo (r) el número de iteraciones

Esta matriz está compuesta por las cuatro submatrices o jacobianos J1, J2, J3 y J4 que representan las derivadas parciales calculadas de las ecuaciones de las potencias cuyas soluciones se muestran:

$$k \neq i \begin{cases} J1_{ik} = J4_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \gamma_{ik}) \\ J2_{ik} = -J3_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \gamma_{ik}) \end{cases}$$

$$k = i \begin{cases} J1_{ii} = -Q(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \operatorname{sen} \gamma_{ik} \qquad J2_{ii} = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \cos \gamma_{ii} \\ J3_{ii} = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \operatorname{sen} \gamma_{ik} \qquad J4_{ii} = Q_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \operatorname{sen} \gamma_{ii} \end{cases}$$

- Siendo i = la fila horizontal a la que pertenece y k la columna vertical.

(*)

$$J1 = \frac{\partial P}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_i U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right) \quad (i \neq k)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right)$$

$$J2 = \frac{\partial P}{\partial U}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_k} = U_i \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}\right) \quad (i \neq k)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2 G_{ii} U_i + \sum_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}\right)$$

$$J3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}\right) \quad (i \neq k)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}\right)$$

$$J4 = \frac{\partial Q}{\partial U}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_k} = U_i \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right) \quad (i \neq k)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2 B_{ii} \cdot U_i + \sum_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}\right)$$

Analizando las expresiones anteriores se pueden comprobar que $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_k \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \qquad \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -U_k \frac{\partial P_i}{\partial U_k}$$

Si se emplean estas relaciones, el cálculo de las variaciones de los argumentos δ y módulos de tensiones U se pueden obtener mediante el siguiente algoritmo:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U / U \end{bmatrix}$$

Donde los términos de cada submatriz de la nueva formulación se obtiene de acuerdo con las expresiones del (*), por tanto resulta finalmente que los términos del problema son:

$$H \begin{cases} H_{ik} = U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} \right) \quad (i \neq k) \\ H_{ii} = -Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = -U_i \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} \right) \end{cases}$$

$$N \begin{cases} N_{ik} = U_i\, U_k \left(G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} \right) \quad (i \neq k) \\ N_{ii} = P_i + G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[2 G_{ii} U_i + \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} \right) \right] \end{cases}$$

$$M \begin{cases} M_{ik} = -U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} \right) \quad (i \neq k) \\ M_{ii} = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} \right) \end{cases}$$

$$L \begin{cases} L_{ik} = U_i \cdot U_k \left(G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} \right) \quad (i \neq k) \\ L_{ii} = Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[-2 B_{ii} U_i + \sum\limits_{k \neq i} U_k \left(G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} \right) \right] \end{cases}$$

De este modo procedemos a la resolución del problema del flujo de potencia por el método de Newton-Raphson. Donde, teniendo en cuenta las componentes de cada vector y cada vector y cada submatriz de la expresión del algoritmo de Newton Raphson se puede hallar:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U / U \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \Delta U_3 / U_3 \end{bmatrix}$$

Como las incognitas son δ el módulo, y U la tensión, y son variaciones o incrementos despejamos el algoritmo anterior

$$\begin{bmatrix}\Delta\delta_2\\ \Delta\delta_3\\ \Delta U_2\\ \Delta U_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23}\\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33}\\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23}\\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33}\end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix}$$

Finalmente
$$U_2 \overset{x=1}{=} U_2 - \Delta U_2$$
$$U_3 \overset{x=1}{=} U_3 - \Delta U_1$$
$$\delta_2 \overset{x=1}{=} \delta_2 - \Delta\delta_2$$
$$\delta_3 \overset{x=1}{=} \delta_3 - \Delta\delta_1$$

A continuación se calcula el valor de las funciones para la primera iteración estimando la solución inicial $U_1 = 1+0i\ pu$, $U_2 = 1'03+0i\ pu$, $U_3 = 1+0i\ pu$

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix}^{x=0} \begin{matrix} \Delta P_2 = P_2 - U_2\left[U_1(G_{21}\cdot\cos\delta_{21}+B_{21}\cdot \operatorname{sen}\delta_{21}) + U_2\cdot G_{22} + U_3\left(G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}\right)\right] \\ \Delta P_3 = P_3 - U_3\cdot\left[U_1(G_{31}\cdot\cos\delta_{31}+B_{31}\cdot\operatorname{sen}\delta_{31}) + U_3\cdot G_{33} + U_2\left(G_{32}\cdot\cos\delta_{32}+B_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32}\right)\right] \\ \Delta Q_2 = Q_2 - U_2\left[U_1(G_{21}\cdot\operatorname{sen}\delta_{21}-B_{21}\cdot\cos\delta_{21}) - U_2\cdot B_{22} + U_3\left(G_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right)\right] \\ \Delta Q_3 = Q_3 - U_3\left[U_1(G_{31}\cdot\operatorname{sen}\delta_{31}-B_{31}\cdot\cos\delta_{31}) - U_3\cdot B_{33} + U_2\left(G_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right)\right]\end{matrix}$$

De tal modo, que recordando la matriz de admitancias y los datos de partida considerando como negativas a las potencias activas y reactivas demandadas, tenemos.

- DATOS DE ENTRADA:

NUDO 1	$U_1 = 1$	$\delta = 0°$ Desfase $\Rightarrow$ 0 radianes		$\rightarrow$ SLACK
NUDO 2	$U_2 = 1'03$	$P_2 = 1$	$Q_2 \rightarrow$ Se tiene que calcular	$\rightarrow$ GENERACION
NUDO 3	$U_3 = 1$	$P_3 = -3$	$Q_3 = -0'2$	$\rightarrow$ CARGA

- INCOGNITAS

NUDO 1: P_1 φ_1

NUDO 2: Q_2 δ_2

NUDO 3: U_3 δ_3 $\rightarrow$ NOS PIDEN EN ESTE PROBLEMA

Para calcular los incrementos de potencias ΔP y ΔQ nos falta una última incognita que resolver. (Q_2) del nudo PV, ya que al ser nudo de generación hemos de calcularlo en función de las demás variables del sistema mediante la ecuación.

$$Q_i(X^{(r)}) = U_i^{(r)} \sum_{k=1}^{k=n} U_k^{(r)} \cdot Y_{ik} \cdot \operatorname{sen}\left(\delta_{ik}^{(r)} - \gamma_{ik}\right)$$ siendo r el número de iteraciones, quedando

$$Q_2 = U_2\cdot\left[U_1(G_{21}\cdot\cos\delta_{21}+B_{21}\cdot\operatorname{sen}\delta_{21}) + U_2\cdot G_{22} + U_3\left(G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}\right)\right]$$

Teniendo en cuenta los datos de entrada anteriores y la matriz de admitancias, se puede calcular Q_2. Para posteriormente calcular el incremento de potencias. ΔP y ΔQ

$$Q_2 = 1'03 \cdot \left[1 \cdot \left(-0'990099009901 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{9'90099009901j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right) + 1'03 \cdot 14'3234323432 + 1 \cdot \left(\right.\right.$$

$$\left.\left.\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{26'6666666666j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right)\right] \Rightarrow Q_2 = 0'442594062808$$

$$\Delta P_2 = 1 - 1'03\left[1 \cdot \left(-0'990099009901 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{9'90099009901j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right) + 1'03 \cdot 14'3234323432 + 1 \cdot \left(\right.\right.$$

$$\left.\left.\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{26'6666666666j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right)\right] \Rightarrow \Delta P_2 = 0'557405937192 \;//$$

$$\Delta P_3 = -3 - 1\left[1\left(-3'84615384615 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{19'2307692308j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right) + 1 \cdot 17'1794871794 + 1'03 \cdot \left(\cdots\right.\right.$$

$$\left.\left.\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0^\circ + \cancelto{0}{26'6666666666j \cdot \operatorname{sen} 0^\circ}\right)\right] \Rightarrow \Delta P_3 = -2'6 \;//$$

$$\Delta Q_2 = 0'442594062808 - 1'03 \cdot \left[1 \cdot \left(\cancelto{0}{-0'990099009901 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ} - 9'90099009901j \cos 0^\circ\right) - 1'03 \cdot \cdots\right.$$

$$\left.-36'5676567657j + 1 \cdot \left(\cancelto{0}{-13'3333333333 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ} - 26'6666666666j \cdot \cos 0^\circ\right)\right] \Rightarrow \Delta Q_2 = -0'687346531382 \;//$$

$$\Delta Q_3 = -0'2 - 1 \cdot \left[1 \cdot \left(\cancelto{0}{-3'84615384615 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ} - 19'2307692308j \cdot \cos 0^\circ\right) - 1 \cdot -45'8974358975j + 1'03 \cdot\right.$$

$$\left.\left(\cancelto{0}{-13'3333333333 \cdot \operatorname{sen} 0^\circ} - 26'6666666666j \cdot \cos 0^\circ\right)\right] \Rightarrow \Delta Q_3 = 0'6 \;//$$

NOTA* Emplearemos la potencia reactiva Q_2 para el nudo 2 siempre que se encuentre dentro de los límites prácticos:

Quedando la matriz de incrementos de potencia para los datos de partida $r=0$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{r=0} = \begin{bmatrix} 0'557405937192 \\ -2'6 \\ -0'687346531382 \\ 0'6 \end{bmatrix}$$

A continuación obtenemos el Jacobiano aplicando las siguientes ecuaciones ....

- MATRIZ H:

$$H_{22}=\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}=-U_2\left[U_1(G_{21}\cdot \text{sen}\,\delta_{21}-B_{21}\cdot\cos\delta_{21})+U_3(G_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23})\right]$$

$$H_{23}=\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3}=U_2\cdot U_3\left[G_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right]$$

$$\left[H_{23}\equiv H_{32}\right]$$

$$H_{32}=\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2}=U_2\cdot U_3\left[G_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right]$$

$$H_{33}=\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3}=-U_3\left[U_1(G_{31}\cdot\text{sen}\,\delta_{31}-B_{31}\cdot\cos\delta_{31})+U_2(G_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32})\right]$$

Sustituimos:

$$H_{22}=-1'03\left[1\cdot(\cancelto{0}{-0'990099009901\cdot\text{sen}\,0°}-9'90099009901j\cdot\cos 0°)+1\cdot(\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0°}-26'6666666667j\cdot\right.$$

$$\left.\cos 0°)\right]=37'6646864686$$

$$H_{23}=1'03\cdot 1\cdot\left[\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0°}-26'6666666667j\cdot\cos 0°\right]=-27'4666666666=H_{32}$$

$$H_{33}=-1\cdot\left[1'03(\cancelto{0}{-3'84615384615\cdot\text{sen}\,0°}-19'2307692308j\cdot\cos 0°)+1'03(\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0°}-26'6666666667j\right.$$

$$\left.\cdot\cos 0°)\right]=47'2743589743$$

- MATRIZ N:

$$N_{22}=U_2\cdot\frac{\partial P_2}{\partial U_2}=U_2\cdot\left[U_1(G_{21}\cdot\cos\delta_{21}+B_{21}\cdot\text{sen}\,\delta_{21})+2G_{22}\cdot U_2+U_3(G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23})\right]$$

$$N_{23}=U_3\cdot\frac{\partial P_3}{\partial U_3}=U_2\cdot U_3\left[G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23}\right]$$

$$N_{32}=U_2\cdot\frac{\partial P_3}{\partial U_2}=U_2\cdot U_3\left[G_{32}\cdot\cos\delta_{32}+B_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32}\right]$$

$$N_{33}=U_3\cdot\frac{\partial P_3}{\partial U_3}=U_3\left[U_1(G_{31}\cdot\cos\delta_{31}+B_{31}\cdot\text{sen}\,\delta_{31})+2G_{33}\cdot U_3+U_2(G_{32}\cdot\cos\delta_{32}+B_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32})\right]$$

Sustituimos:

$$N_{22} = 1'03 \cdot \left[1\left(-0'990099009901 \cdot \cos 0° + 9'90099009901 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 2 \cdot 14'3234323432 \cdot 1'03 + 1\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 26'6666666667 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = 15'6383234323$$

$$N_{23} = 1'03 \cdot 1\left[-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 26'6666666667 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right] = -13'7333333333 = N_{32}$$

$$N_{33} = 1 \cdot \left[1\left(-3'84615384615 \cdot \cos 0° + 19'2307692308 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 2 \cdot 17'1794871794 \cdot 1 + 1'03\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 19'2307692308 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right)\right] = 16'7794871793$$

- **MATRIZ M:**

$$M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = U_2\left[U_1\left(G_{21} \cdot \cos \delta_{21} + B_{21} \cdot \operatorname{sen} \delta_{21}\right) + U_3\left(G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right)\right]$$

$$M_{23} = \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -U_2 \cdot U_3\left[G_{23} \cdot \cos \delta_{23} + B_{23} \cdot \operatorname{sen} \delta_{23}\right]$$

$$M_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3\left[U_1\left(G_{31} \cdot \cos \delta_{31} + B_{31} \cdot \operatorname{sen} \delta_{31}\right) + U_2\left(G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right)\right]$$

$$M_{32} = \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -U_2 \cdot U_3\left[G_{32} \cdot \cos \delta_{32} + B_{32} \cdot \operatorname{sen} \delta_{32}\right]$$

Sustituimos.

$$M_{22} = 1'03\left[1 \cdot \left(-0'990099009901 \cdot \cos 0° + 9'90099009901 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1 \cdot \left(-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 26'6666666667 j \cdot \operatorname{sen} 0\right.\right.$$

$$M_{23} = -1'03 \cdot 1\left[-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 26'6666666667 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right] = 13'7333333333 = M_{32}$$

$$M_{33} = 1 \cdot \left[1\left(-3'84615384615 \cdot \cos 0° + 26'6666666666 j \cdot \operatorname{sen} 0°\right) + 1'03\left(-13'3333333333 \cdot \cos 0° + 26'666666661\right.\right.$$

$$M_{22} = -14'7531353135$$

$$M_{33} = -17'5794871794$$

$$L_{22}=\frac{\partial Q_2}{\partial U_2}\cdot U_2=U_2\left[U_1\left(G_{21}\cdot \text{sen}\,\delta_{21}-B_{21}\cdot\cos\delta_{21}\right)-2\,B_{22}\cdot U_2+U_3\left(G_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right)\right]$$

$$L_{23}=\frac{\partial P_2}{\partial U_3}\cdot U_3=U_2\cdot U_3\left[G_{23}\cdot\text{sen}\,\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right]$$

$$L_{32}=\frac{\partial P_3}{\partial U_2}\cdot U_2=U_2\cdot U_3\left[G_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right]$$

$$L_{33}=\frac{\partial P_3}{\partial U_3}\cdot U_3=U_3\left[U_1\left(G_{31}\cdot\text{sen}\,\delta_{31}-B_{31}\cdot\cos\delta_{31}\right)-2\,B_{33}\cdot U_3+U_2\left(G_{32}\cdot\text{sen}\,\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right)\right]$$

$$L_{22}=1'03\left[1\left(\cancelto{0}{-0'990099009901\cdot\text{sen}\,0^\circ}-9'90099009901j\cdot\cos0^\circ\right)-2\cdot-36'5676567657j\cdot1'03+1\cdot\right.$$

$$\left.\left(\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0^\circ}-26'6666666667j\cdot\cos0^\circ\right)\right]=39'9245676569$$

$$L_{23}=1'03\cdot1\left[\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0^\circ}-26'6666666667j\cdot\cos0^\circ\right]=-27'4666666667=L_{32}$$

$$L_{33}=1\cdot\left[1\cdot\left(\cancelto{0}{-3'84615384615\cdot\text{sen}\,0^\circ}-19'2307692308j\cdot\cos0^\circ\right)-2\cdot-45'8974358975j\cdot1+1'03\cdot\right.$$

$$\left.\left(\cancelto{0}{-13'3333333333\cdot\text{sen}\,0^\circ}-26'6666666666j\cdot\cos0^\circ\right)\right]=45'0974358976$$

De este modo montamos la matriz Jacobiana:

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}H_{22}&H_{23}\\H_{32}&H_{33}\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}N_{22}&N_{23}\\N_{32}&N_{33}\end{bmatrix}\\\begin{bmatrix}M_{22}&M_{23}\\M_{32}&M_{33}\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}L_{22}&L_{23}\\L_{32}&L_{33}\end{bmatrix}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}37'6646864686&-27'4666666666\\-27'4666666666&47'2743589743\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}15'6383234323&-13'7333333333\\-13'7333333333&16'7794871793\end{bmatrix}\\\begin{bmatrix}-14'7531353135&13'7333333333\\13'7333333333&-17'5794871794\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}39'9245676569&-27'4666666666\\-27'4666666666&45'0974358976\end{bmatrix}\end{bmatrix}$$

- Calculamos la traspuesta o inversa

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}H_{22}&H_{23}\\H_{32}&H_{33}\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}N_{22}&N_{23}\\N_{32}&N_{33}\end{bmatrix}\\\begin{bmatrix}M_{22}&M_{23}\\M_{32}&M_{33}\end{bmatrix}&\begin{bmatrix}L_{22}&L_{23}\\L_{32}&L_{33}\end{bmatrix}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}0'0435179440299&0'027076938964&-0'00954512783228&-0'00263570557732\\0'0268965954654&0'0351602537854&-0'00310836818913&-0'00678459037404\\0'00847671927184&0'00287018713867&0'0408875421164&0'0264160879539\\0'00239501746223&0'00720832723958&0'0265976849848&0'0364209018437\end{bmatrix}$$

Los incrementos de argumento y tensiones son:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ M_{22} & M_{23} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0'0435179440299 & 0'027076938464 & -0'00954512783228 & -0'00263570557732 \\ 0'0268965954654 & 0'0351602537854 & -0'00310836818913 & -0'00678459037404 \\ 0'00847671927184 & 0'00287018713867 & 0'0408875421164 & 0'0264160879539 \\ 0'00239501746223 & 0'00720832723958 & 0'0265976849848 & 0'0364209018437 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0'557405937192 \\ -2'6 \\ -0'687346531382 \\ 0'6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'041163493769 \\ -0'0783585659707 \\ -0'0149917703886 \\ -0'0138359392807 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} \delta_2(1) &= \delta_2 + \Delta\delta_2 \rightarrow \delta_{2(1)} = 0 - 0'041163493769 \\ \delta_3(1) &= \delta_3 + \Delta\delta_3 \rightarrow \delta_3(1) = 0 - 0'0783585659707 \\ U_2(1) &= U_2 + \Delta U_2 \rightarrow U_2(1) = 1'03 - 0'0149917703886 \\ U_3(1) &= U_3 + \Delta U_3 \rightarrow U_3(1) = 1 - 0'0138359392807 \end{aligned}$$

Siendo para la primera iteración

$\delta_2(1) = -0'041163493769$ radianes $U_2(1) = 1'01500822961$ pu

$\delta_3(1) = -0'0783585659707$ radianes $U_3(1) = 0'986164060719$ pu

$U_{2(1)} = 1'01500822961 \underline{|-2'35849446298^\circ}$ pu ε Error $1'03 - 1'01500822961 = \underline{0'015}$

— Seguimos iterando —

$U_3(1) = 0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ}$ pu ε Error $= 1 - 0'986164060719 = \underline{0'013835}$

Es necesario comprobar que la potencia reactiva aportada por el generador el nudo 2 esté dentro de los límites máximos del generador, a partir de la expresión:

$$Q_i = U_i \sum_{k=1}^{k=n} U_k \left(G_{ik} \cdot \operatorname{sen}\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} \right) \qquad i = 1, 2, \ldots n$$

$$Q_2 = U_2\left[U_1\left(G_{21}\cdot \operatorname{sen}\delta_{21} - B_{12}\cdot \cos\delta_{21}\right) - U_2\cdot B_{22} + U_3\left(G_{23}\cdot \operatorname{sen}\overset{*}{\delta_{23}} - B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right)\right]$$

$$Q_2 = 1'03\,[1\cdot(-0'990099009901\cdot \operatorname{sen}(-0'041163493769) - 9'90099009901j\cdot\cos(-0'041163493769)) -$$

$$1'03\cdot -36'5676567657j + 1(-13'3333333333\cdot\operatorname{sen}(-0'11952205974) - 26'6666666667j\cdot\cos(-0'11952205974))]$$

$Q_2 = 1'67949770686 + 1'33453370926j$?

Para la comprobación en la matriz los criterios en que $Q_{2min} < Q_2 < Q_{max}$.

Si se encuentra entre esos valores, sí cumple el nodo PV. δ_{21} es la resta entre

$\delta_{21} = \delta_2 - \delta_1 \rightarrow$ pero como $\delta_1 = 0\,rad \Rightarrow \delta_{21} = \delta_2$ luego $\delta_{23} = \delta_2 - \delta_3$

* $\delta_{23} = -0'041163493769 - 0'0783585659707 = -0'11952205974\,rad.$

$\boxed{\text{Si } 0'1 < Q_2 < 1'5 \text{ cumple nodo PV}}$

3) El flujo de potencias que circulan por todas las líneas.

$$\vec{S}_{ik} = \vec{U}_i \cdot \vec{I}_{ik} = \vec{U}_i\left(\frac{\vec{U}_i - \vec{U}_k}{\vec{Z}_{ik}} + \vec{U}_i\cdot\vec{Y}_{ik}\right)$$

De este modo, una vez iterado por el método de Newton Raphson, imaginemos que el error es asumible y el sistema ya converge con los datos anteriores.

$U_3 = 0'986164060719\,\angle{-4'4896150632°}$ siendo $U_2 = 1'01500822961\,\angle{-2'35849446298°}$

$U_1 = 1\,\angle{0°}$

De tal modo que calculando las potencias de las líneas en ambos sentidos

$$\vec{S}_{12} = U_1\cdot\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}}\right) = 1\angle{0°}\left(\frac{1\angle{0°} - 1'01500822961\angle{-2'35849446298°}}{0'01 + 0'1i}\right) =$$

$$\vec{S}_{23} = U_2\cdot\left(\frac{U_2 - U_3}{Z_{23}}\right) = 1'01500822961\angle{-2'35849446298°}\cdot\left(\frac{1'01500822961\angle{-2'35849446298°} - 0'986164060719\angle{-4'4896}}{0'015 + 0'03j}\right)$$

$$\vec{S}_{31} = U_3 \cdot \frac{U_3 - U_1}{Z_{31}} = 0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ} \cdot \left(\frac{0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ} - 1 \underline{|0^\circ}}{0'01 + 0'05i} \right) =$$

$$\vec{S}_{21} = U_2 \cdot \frac{U_2 - U_1}{Z_{12}} = 1'01500822961 \underline{|-2'35849446298^\circ} \cdot \left(\frac{1'01500822961 \underline{|-2'35849446298^\circ} - 1 \underline{|0^\circ}}{0'01 + 0'1i} \right) =$$

$$\vec{S}_{32} = U_3 \cdot \frac{U_3 - U_2}{Z_{23}} = 0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ} \cdot \left(\frac{0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ} - 1'01500822961 \underline{|-2'35849446298^\circ}}{0'15 + 0'03i} \right.$$

$$\vec{S}_{13} = U_1 \cdot \frac{U_1 - U_3}{Z_{31}} = 1 \underline{|0^\circ} \cdot \left(\frac{1 \underline{|0^\circ} - 0'986164060719 \underline{|-4'4896150632^\circ}}{0'01 + 0'05i} \right) =$$

$\vec{S}_{12} = 0'399550938104 + 0'18143928581j$ pu $\quad 0'438817919615 \underline{|24'4231798902^\circ}$ pu

$\vec{S}_{23} = 1'36256558072 - 0'416344972548j$ pu $\quad 1'42475545197 \underline{|-16'9910344155^\circ}$ pu

$\vec{S}_{31} = -1'52114168377 + 0'146506510655j$ pu $\quad 1'52818067641 \underline{|174'498610728^\circ}$ pu

$\vec{S}_{21} = -0'412782578098 - 0'167317327302j$ pu $\quad 0'445403799711 \underline{|-157'935314573^\circ}$ pu

$\vec{S}_{32} = -0'254545594305 - 0'165321915273j$ pu $\quad 0'303520666923 \underline{|-146'997138667^\circ}$ pu

$\vec{S}_{13} = 1'54937953527 - 2'73630140465 \cdot 10^{-2} j$ pu. $\quad 1'54962114042 \underline{|-1'0117742091^\circ}$ pu

4) La potencia activa y reactiva que tiene que generar el generador conectado al nodo 1 y nodo 2.

$S_{G1} = S_{12} + S_{13} \rightarrow S_{G1} = 0'438817919615 \underline{|24'4231798902^\circ} + 1'54962114042 \underline{|-1'0117742091^\circ}$

$S_{G2} = S_{21} + S_{23} \rightarrow S_{G2} \quad 0'445403799711 \underline{|-157'935314573^\circ} + 1'42475545197 \underline{|-16'9910344155^\circ}$

$S_{G1} = 1'94893047337 + 0'154076271764j \qquad S_{G2} = 0'949783002621 - 0'583662299848j$

GENERADOR 1

$P_1 = 194 \text{ MW}$

$Q_1 = 15'40 \text{ MVAR}$

GENERADOR 2

$P_2 = 94'978 \text{ MW}$

$Q_2 = -58'366 \text{ MVAR}$

El generador 2, consume reactiva.

5) El Rendimiento

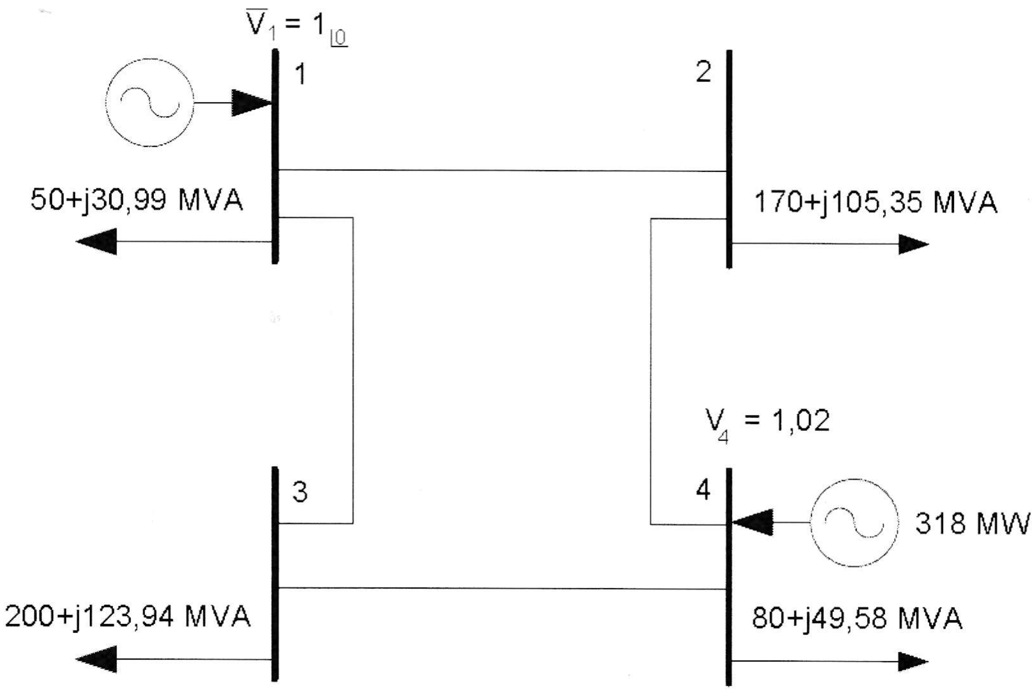
$$\eta\% = \frac{P_3}{P_1 + P_2} \cdot 100\% = \frac{3}{1'94 + 0'94978} = \quad \%$$

El sistema de la figura está formado por cuatro nudos a 230 kV de tensión, interconectados por cuatro líneas con las características siguientes:

Línea	R p.u.	X p.u.	Y/2 p.u.
1 - 2	0.01008	0.05040	0.05125
1 - 3	0.00744	0.03720	0.03875
2 - 4	0.00744	0.03720	0.03875
3 - 4	0.01272	0.06360	0.06375

Se conocen los siguientes datos del sistema:

- Nudo 1 (referencia): Tiene una demanda de 50 MW y 30,99 MVAr. Su tensión es de 1,00 p.u. y ángulo 0°.
- Nudo 2: Tiene una demanda de 170 MW y 105,35 MVAr. No dispone de recursos de generación.
- Nudo 3: Tiene una demanda de 200 MW y 123,94 MVAr. No dispone de recursos de generación.
- Nudo 4: Tiene una demanda de 80 MW y 49,58 MVAr. Dispone de recursos de generación, que inyectan una potencia constante a la red igual a 318 MW y mantienen constante la tensión del nudo en un valor igual a 1,02 p.u.



Determinar con un error máximo de 0,0001MVA:

1°) La matriz de admitancias.

2°) Determinar las tensiones y argumentos en cada uno de los nudos.

3°) Determinar las potencias en cada una de las líneas.

Primero que todo definimos el tipo de nudos que hay en este sistema:

El nudo 1 es oscilante o (Slack); es el que aporta para compensar los desequilibrios generados entre los nudos de carga y generación, y se hace un balance de potencias, en este tipo de nudos, se especifica el argumento de la tension en lugar de la potencia activa o reactiva, que generalmente se toma como angulo de referencia para los argumentos de las tensiones del resto de nudos del sistema, por lo tanto, deducimos que es nudo oscilante porque sabemos su tensión en unidades de potencia y su argumento.

El nudo 2 es de carga o PQ, y son aquellos nudos que se encuentran conectados a receptores debido a que consumen potencia si bien existe generación, se supone constante. Se conoce por lo tanto, la potencia demandada por los usuarios conectados. Como consecuencia pueden tomarse como dato del problema las potencias activa y reactiva.

El nudo 3 es igual pero con demanda diferente al nudo 2.

El nudo 4 es de generación o PV, y son aquellos en los que es posible variar la potencia activa suministrada al nudo actuando sobre la válvula de admisión así como su corriente de excitación a través de los bornes del alternador. Tenemos la potencia activa y el módulo de la tensión.

Resumiendo, tenemos la siguiente tabla:

NUDO - TIPO		TENSION	DESFASE	P_G	Q_G	P_D	Q_D	DATOS	INCOGNITAS
1	Slack	1	0	—	—	0'5	0'3099	U_1, δ_1	P_1, Q_1
2	PQ	—	—	—	—	1'7	1'0535	P_2, Q_2	U_2, δ_2
3	PQ	—	—	—	—	2	1'2394	P_3, Q_3	U_3, δ_3
4	PV	1'02	—	3'18	—	0'8	0'4958	U_4, P_4	Q_4, δ_4

En el caso de que existan condensadores conectados al nudo, podemos encontrar

→ Que su potencia reactiva sea fija, en cuyo caso se tratará de un nudo PQ

→ Que los condensadores posean un sistema de control adecuado que permita tener su capacidad a tensión constante, en cuyo caso se trata de un nudo PV.

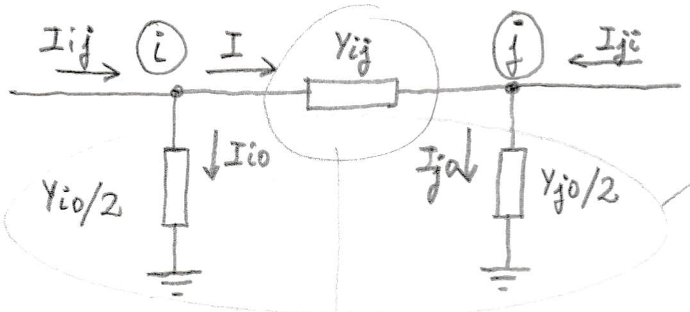
1) Comenzamos resolviendo la matriz de admitancia:

LINEA	SERIE	PARALELO
1-2	$\vec{Z} = 0'01008 + 0'05040j$	$\vec{Y} = 0 + 0'05125j$
1-3	$\vec{Z} = 0'00744 + 0'03720j$	$\vec{Y} = 0 + 0'03875j$
2-4	$\vec{Z} = 0'00744 + 0'03720j$	$\vec{Y} = 0 + 0'03875j$
3-4	$\vec{Z} = 0'01272 + 0'06360j$	$\vec{Y} = 0 + 0'06375j$
	$\vec{Z} = R + X_L j$	$\vec{Y} = G + Bj$

|| En el enunciado ya están divididas entre dos (Y/2) ||

siendo la impedancia $\vec{Z}$, la suma vectorial de la resistencia y la reactancia inductiva, y a su vez la inversa de la admitancia $\vec{Y}$, que es suma vectorial de la conductancia G, mas la susceptancia B.

Y como el estudio de la línea se asimila a un cuadripolo en π tenemos



Admitancias en paralelo $\vec{y}_{xx,0} = \dfrac{G \pm Bj}{2}$

Admitancias en serie, siendo la inversa de la impedancia

$$\vec{y}_{xx} = \frac{1}{Z}$$

Por lo tanto tenemos:

$$\vec{Y}_{11} = \sum_{\substack{j=0 \\ j\neq 0}}^{4} y_{ij} = y_{12,0} + y_{13,0} + y_{12} + y_{13} = G_{12} + B_{12}j + G_{13} + B_{13}j + \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{13}}$$

$$\vec{Y}_{11} = 0'05125j + 0'03875j + \frac{1}{0'01008 + 0'05040j} + \frac{1}{0'00744 + 0'03720j}$$

$$\vec{Y}_{11} = (8'9851904368 - 44'835952184j) //$$

$$\vec{Y}_{12} = -\vec{y}_{12} = -\frac{1}{Z_{12}} = -\frac{1}{0'01008 + 0'05040j} = (-3'81562881563 + 19'0781440781j) //$$

$$\vec{Y}_{13} = -\vec{y}_{13} = -\frac{1}{Z_{13}} = -\frac{1}{0'00744 + 0'03720j} = (-5'16956162117 + 25'8478081059j) //$$

$$\vec{Y}_{14} = 0 + 0j$$

$$Y_{21} = Y_{12} = -y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}} = -\frac{1}{0'01008 + 0'05040j} \left(-3'81562881563 + 19'0781440781j\right)$$

$$\vec{Y}_{22} = y_{21,0} + y_{24,0} + y_{21} + y_{24} = G_{21} + B_{21}j + G_{24} + B_{24}j + \frac{1}{Z_{21}} + \frac{1}{Z_{24}} =$$

$$\vec{Y}_{22} = 0'05125j + 0'03875j + \frac{1}{0'01008 + 0'05040j} + \frac{1}{0'00744 + 0'03720j} =$$

$$\vec{Y}_{22} = \left(8'9851904368 - 44'835952184j\right)$$

$$\vec{Y}_{23} = 0 + 0j$$

$$Y_{24} = -y_{24} = -\frac{1}{Z_{24}} = -\frac{1}{0'00744 + 0'03720j} = \left(-5'16956162117 + 25'8478081059j\right)$$

$$\vec{Y}_{31} = \vec{Y}_{13} = -\vec{y}_{13} = -\frac{1}{Z_{13}} = \left(-5'16956162117 + 25'8478081059j\right)$$

$$\vec{Y}_{32} = 0 + 0j = \vec{Y}_{23}$$

$$\vec{Y}_{33} = y_{31,0} + y_{34,0} + y_{31} + y_{34} \quad G_{31} + B_{31}j + G_{34} + B_{34}j + \frac{1}{Z_{31}} + \frac{1}{Z_{34}} =$$

$$\vec{Y}_{33} = 0'03875j + 0'06375j + \frac{1}{0'00744 + 0'03720j} + \frac{1}{0'01272 + 0'06360j}$$

$$\vec{Y}_{33} = \left(8'19326747506 - 40'8638373754j\right)$$

$$\vec{Y}_{34} = -y_{34} = -\frac{1}{Z_{34}} = -\frac{1}{0'01272 + 0'06360j} = \left(-3'02370585389 + 15'1185292695j\right)$$

$$\vec{Y}_{41} = \vec{Y}_{14} = 0 + 0j$$

$$\vec{Y}_{42} = \vec{Y}_{24} = -\vec{y}_{24} = -\frac{1}{Z_{24}} = \left(-5'16956162117 + 25'8478081059j\right)$$

$$\vec{Y}_{43} = \vec{Y}_{34} = -y_{34} = -\frac{1}{Z_{34}} = \left(-3'02370585389 + 15'1185292695j\right)$$

$$\vec{Y}_{44} = y_{24,0} + y_{34,0} + \frac{1}{Z_{24}} + \frac{1}{Z_{34}} = G_{24} + B_{24}j + G_{34} + B_{34} + \frac{1}{Z_{24}} + \frac{1}{Z_{34}}$$

$$\vec{Y}_{44} = 0'03875j + 0'06375j + \frac{1}{0'00744 + 0'03720j} + \frac{1}{0'01272 + 0'06360j}$$

$$\vec{Y}_{44} = \left(8'19326747506 - 40'8638373754j\right)$$

LA MATRIZ DE ADMITANCIAS

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} \pm B_{11}j & G_{12} \pm B_{12}j & G_{13} \pm B_{13}j & G_{14} \pm B_{14}j \\ G_{21} \pm B_{21}j & G_{22} \pm B_{22}j & G_{23} \pm B_{23}j & G_{24} \pm B_{24}j \\ G_{31} \pm B_{31}j & G_{32} \pm B_{32}j & G_{33} \pm B_{33}j & G_{34} \pm B_{34}j \\ G_{41} \pm B_{41}j & G_{42} \pm B_{42}j & G_{43} \pm B_{43}j & G_{44} \pm B_{44}j \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 8'9851904368 - 44'835952184j & -3'81562881563 + 19'0781440781j & -5'16956162117 + 25'8478081059j & 0 + 0j \\ -3'81562881563 + 19'0781440781j & 8'9851904368 - 44'835952184j & 0 + 0j & -5'16956162117 + 25'8478081059j \\ -5'16956162117 + 25'8478081059j & 0 + 0j & 8'19326747506 - 40'8638373754j & -3'02370585389 + 15'1185292695j \\ 0 + 0j & -5'16956162117 + 25'8478081059j & -3'02370585389 + 15'1185292695j & 8'19326747506 - 40'8638373754j \end{bmatrix}$$

Newton Raphson consiste en dos rectas que acaban convergiendo, como dos rectas intersectan su trayectoria

$$2 \times (n-1) - m$$

El calculo de las variaciones de los argumentos y modulos de tensión, se pueden obtener con el siguiente algoritmo:

$$P_i = U_i \sum_{k=1}^{k=n} \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \varphi_{ik}) \quad ; \quad Q_i = U_i \cdot \sum_{k=1}^{k=n} U_k \cdot Y_{ik} \cdot \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \varphi_{ik})$$

$$\Delta P_i(x) = P_i - P_i(x) = P_i - U_i \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik})$$

$$\Delta Q(x) = Q_i - Q_i(x) = Q_i - U_i \sum U_k \cdot (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik})$$

$$\begin{vmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{vmatrix}^{(r)} = \begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \dfrac{\Delta U}{U} \end{vmatrix}^{(r)} \cdot \begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix}^{(r)}$$

Siendo (r) el número de iteraciones.

$$\begin{vmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H & N \\ M & L \end{vmatrix}$$

$$k \neq i \begin{cases} J1ik = J4ik = U_i \cdot U_k \cdot \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \varphi_{ik}) \\ J2ik = -J3ik = U_i \cdot U_k \cdot Y_{ik} \cdot \cos(\delta_{ik} - \varphi_{ik}) \end{cases}$$

$$k=i \begin{cases} J1ii = -Q(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\,\varphi ik & J2ii = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \cos\varphi ii \\ J3ii = P_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\,\varphi ik & J4ii = Q_i(x) - U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \text{sen}\,\varphi ii \end{cases}$$

siendo (i) la fila horizontal y (k) la columna vertical

Calcularemos incrementos de tensión y ángulos

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} & N_{32} & N_{33} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} & N_{42} & N_{43} \\ M_{22} & M_{23} & M_{24} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & M_{34} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}$$

Despejamos los incrementos de tensiones y ángulos, y posteriormente empezaremos a resolver la matriz de incrementos de potencia activas y reactivas:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} & N_{32} & N_{33} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} & N_{42} & N_{43} \\ M_{22} & M_{23} & M_{24} & L_{22} & L_{23} \\ M_{32} & M_{33} & M_{34} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

* Como se observa, el -1 es la inversa de la matriz o traspuesta.

* La tensión del nudo 4 se mantiene constante por ser PV.

$X=0$

ΔP_2: $\Delta P_2 = P_2 - U_2 \cdot [U_1(G_{21} \cdot \cos\delta_{21} + B_{21} \cdot \text{sen}\,\delta_{21}) + U_2 \cdot G_{22} + U_3 \cdot (G_{23} \cdot \cos\delta_{23} + B_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23}) + U_4 \cdot (G_{24} \cdot \cos\delta_{24} + B_{24} \cdot \text{sen}\,\delta_{24})]$

ΔP_3: $\Delta P_3 = P_3 - U_3 \cdot [U_1(G_{31} \cdot \cos\delta_{31} + B_{31} \cdot \text{sen}\,\delta_{31}) + U_3 \cdot G_{33} + U_2 \cdot (G_{32} \cdot \cos\delta_{32} + B_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32}) + U_4 \cdot (G_{34} \cdot \cos\delta_{34} + B_{34} \cdot \text{sen}\,\delta_{34})]$

ΔP_4: $\Delta P_4 = P_4 - U_4 \cdot [U_1(G_{41} \cdot \cos\delta_{41} + B_{41} \cdot \text{sen}\,\delta_{41}) + U_4 \cdot G_{44} + U_2 \cdot (G_{42} \cdot \cos\delta_{42} + B_{42} \cdot \text{sen}\,\delta_{42}) + U_3 \cdot (G_{43} \cdot \cos\delta_{43} + B_{43} \cdot \text{sen}\,\delta_{43})]$

ΔQ_2: $\Delta Q_2 = Q_2 - U_2 [U_1 (G_{21} \cdot \text{sen}\,\delta_{21} - B_{21} \cdot \cos\delta_{21}) - U_2 \cdot B_{22} + U_3 (G_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23}) + U_4 \cdot (G_{24} \cdot \text{sen}\,\delta_{24} - B_{24} \cdot \cos\delta_{24})]$

ΔQ_3: $\Delta Q_3 = Q_3 - U_3 [U_1(G_{31} \cdot \text{sen}\,\delta_{31} - B_{31} \cdot \cos\delta_{31}) - U_3 \cdot B_{33} + U_2 \cdot (G_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32}) + U_4 \cdot (G_{34} \cdot \text{sen}\,\delta_{34} - B_{34} \cdot \cos\delta_{34})]$

Sustituyendo los valores iniciales que son: . . . . Y los de la matriz de admitancia

$U_1^{(0)} = 1 + 0j$ pu $\quad P_2^{(0)} = -1'7 \quad P_3^{(0)} = -2 \quad U_4^{(0)} = 1'02 + 0j$ pu

Siendo U_2 y U_3 la unidad

$Q_2^{(0)} = -1'0535 \quad Q_3^{(0)} = -1'2394 \quad P_4^{(0)} = 3'18 - 0'8 = 2'38$

$$\Delta P_2 = -1'7 - 1\cdot\left[1\left(-3'81562881563\cdot\cos 0^\circ + \cancelto{0}{19'0781440781j}\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1\cdot 8'9851904368 + 1\cdot\left(\left(0\cdot\cos 0^\circ + \cancelto{0}{0j}\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1'02\left(-5'16956162117\cdot\cos 0^\circ + \cancelto{0}{25'8478081059j}\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right)\right)\right]$$

$$\Delta P_3 = -2 - 1\cdot\left[1\cdot\left(-5'16956162117\cdot\cos 0^\circ + 25'8478081059j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1\cdot 8'19326747506 + 1\cdot\left(0\cdot\cos 0^\circ + 0j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1'02\left(-3'02370585389\cdot\cos 0^\circ + 15'1185292695j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right)\right]$$

$$\Delta P_4 = 2'38 - 1'02\left[1\left(0\cdot\cos 0^\circ + 0j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1'02\cdot 8'19326747506 + 1\cdot\left(-5'16956162117\cdot\cos 0^\circ + 25'8478081059j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right) + 1\cdot\left(-3'02370585389\cdot\cos 0^\circ + 15'1185292695j\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ\right)\right]$$

$$\Delta Q_2 = -1'0535 - 1\cdot\left[1\cdot\left(-3'81562881563\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 19'0781440781j\cdot\cos 0^\circ\right) - 1\cdot -44'835952184j + 1\cdot\left(0\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 0\cdot\cos 0^\circ\right) + 1'02\cdot\left(-5'16956162117\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 25'8478081059j\cdot\cos 0^\circ\right)\right]$$

$$\Delta Q_3 = -1'2394 - 1\cdot\left[1\cdot\left(-5'16956162117\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 25'8478081059j\cdot\cos 0^\circ\right) - 1\cdot -40'8638373754j + 1\cdot\left(0\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 0j\cdot\cos 0^\circ\right) + 1'02\cdot\left(-3'02370585389\cdot \mathrm{sen}\, 0^\circ - 15'1185292695j\cdot\cos 0^\circ\right)\right]$$

Finalmente, los incrementos de potencia quedan:

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta P_4\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix}^{X=0} = \begin{bmatrix}-1'59660876758\\ -1'93952588292\\ 2'21285734351\\ -0'4465438379\\ -0'8345294146\end{bmatrix}$$

Ahora procedemos a resolver los jacobianos que hemos desarrollado anteriormente en cuatro letras H, N, M y L

$$\overset{*1}{\begin{vmatrix} J1 & J2\\ J3 & J4\end{vmatrix}} = \overset{*2}{\begin{vmatrix} H & N\\ M & L\end{vmatrix}}$$

Quedando analíticamente las derivadas parciales de los jacobianos, de la siguiente forma: teniendo en cuenta que (i) son la filas horizontales y (k) son las columnas verticales: siendo para cada jacobiano...

(*1)

$$J1 = \frac{\partial P}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}) \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - U_i \sum U_k (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik})$$

$$J2 = \frac{\partial P}{\partial U}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_k} = U_i (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2 G_{ii} \cdot U_i + \sum_{k \neq i} U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik})$$

$$J3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = - U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik}) \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum_{k \neq i} U_k (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik})$$

$$J4 = \frac{\partial Q}{\partial U}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_k} = U_i (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik}) \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2 B_{ii} \cdot U_i + \sum_{k \neq i} U_k (G_{ik} \cdot \operatorname{sen} \delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik})$$

Analizando las expresiones anteriores se tiene la comprobación de $i \neq k$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = U_k \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \qquad \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = - U_k \cdot \frac{\partial P_i}{\partial U_k}$$

Dado los términos de cada submatriz de la nueva formulación se obtienen de acuerdo con las expresiones anteriores, por tanto resultan

(*2)

$$H \begin{cases} H_{ik} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) & i \neq k \\ H_{ii} = -Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = -U_i \sum\limits_{k \neq i} U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) \end{cases}$$

$$N \begin{cases} N_{ik} = U_i \cdot U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) & i \neq k \\ N_{ii} = P_i + G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[2 G_{ii} \cdot U_i + \sum U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik})\right] \end{cases}$$

$$M \begin{cases} M_{ik} = -U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) & i \neq k \\ M_{ii} = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \sum\limits_{i \neq k} U_k (G_{ik} \cdot \cos\delta_{ik} + B_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik}) \end{cases}$$

$$L \begin{cases} L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik}) & i \neq k \\ L_{ii} = Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 = U_i \left[-2 B_{ii} \cdot U_i + \sum U_k (G_{ik} \cdot \text{sen}\,\delta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos\delta_{ik})\right] \end{cases}$$

De este modo podremos resolver los jacobianos:

$$\text{MATRIZ } H = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \qquad \text{MATRIZ } N = \begin{bmatrix} N_{22} & N_{23} \\ N_{32} & N_{33} \\ N_{42} & N_{43} \end{bmatrix}$$

Como se observa hay solo dos columnas, ya que no hay incrementos de tensión en el nodo 4.

$$\text{MATRIZ } M = \begin{bmatrix} M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{32} & M_{33} & M_{34} \end{bmatrix} \qquad \text{MATRIZ } L = \begin{bmatrix} L_{22} & L_{23} \\ L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}$$

Como se observa hay solo dos filas horizontales, por los motivos anteriores, de que no hay incrementos de tensión en el nodo PV

Comenzamos resolviendo la <u>matriz H:</u>

Para los valores iniciales:

$U_1^{(0)} = 1 + 0j$ pu

$P_2^{(0)} = -1'7$

$Q_2^{(0)} = -1'0535$

$U_2^{(0)} = 1 + 0j$ pu

$P_3^{(0)} = -2$

$Q_3^{(0)} = -1'2394$

$U_3^{(0)} = 1 + 0j$ pu

$U_4^{(0)} = 1'02 + 0j$ pu

$P_4^{(0)} = 3'18 - 0'8 = 2'38$

MATRIZ H :

$$H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -U_2 \left[U_1 \left(G_{21} \cdot \text{sen}\,\delta_{21} - B_{21} \cdot \cos\delta_{21} \right) + U_3 \cdot \left(G_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23} \right) + U_4 \left(G_{24} \cdot \text{sen}\,\delta_{24} - B_{24} \cdot \cos\delta_{24} \right) \right]$$

$$H_{23} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23} - B_{23} \cdot \cos\delta_{23} \right]$$

$$H_{24} = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} = U_2 \cdot U_4 \left[G_{24} \cdot \text{sen}\,\delta_{24} - B_{24} \cdot \cos\delta_{24} \right]$$

$$H_{32} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = U_3 \cdot U_2 \left[G_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32} \right]$$

$$H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -U_3 \cdot \left[U_1 \left(G_{31} \cdot \text{sen}\,\delta_{31} - B_{31} \cdot \cos\delta_{31} \right) + U_2 \left(G_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32} - B_{32} \cdot \cos\delta_{32} \right) + U_4 \left(G_{34} \cdot \text{sen}\,\delta_{34} - B_{34} \cdot \cos\delta_{34} \right) \right]$$

$$H_{34} = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_4} = U_3 \cdot U_4 \left[G_{34} \cdot \text{sen}\,\delta_{34} - B_{34} \cdot \cos\delta_{34} \right]$$

$$H_{42} = \frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} = U_4 \cdot U_2 \left[G_{42} \cdot \text{sen}\,\delta_{42} - B_{42} \cdot \cos\delta_{42} \right]$$

$$H_{43} = \frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} = U_4 \cdot U_3 \left[G_{43} \cdot \text{sen}\,\delta_{43} - B_{43} \cdot \cos\delta_{43} \right]$$

$$H_{44} = \frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} = -U_4 \cdot \left[U_1 \left(G_{41} \cdot \text{sen}\,\delta_{41} - B_{41} \cdot \cos\delta_{41} \right) + U_2 \left(G_{42} \cdot \text{sen}\,\delta_{42} - B_{42} \cdot \cos\delta_{42} \right) + U_3 \cdot \left(G_{43} \cdot \text{sen}\,\delta_{43} - B_{43} \cdot \cos\delta_{43} \right) \right]$$

Sustituimos numéricamente:

$$H_{22} = -1 \left[1 \cdot \left(-3'81562881563 \cdot \text{sen}\,0° - 19'0781440781j \cdot \cos 0° \right) + 1 \cdot \left(0 \cdot \text{sen}\,0° - 0j \cdot \cos 0° \right) + 1'02 \cdot \left(-5'16956162117 \cdot \text{sen}\,0° - 25'8478081059j \cdot \cos 0° \right) \right] = 45'4429083461$$

$$H_{23} = 1 \cdot 1 \left[0 \cdot \text{sen}\,0° - 0j \cdot \cos 0° \right] = 0$$

$$H_{24} = 1 \cdot 1'02 \left[-5'16956162117 \cdot \text{sen}\,0° - 25'8478081059j \cdot \cos 0° \right] = -26'364764268$$

$$H_{32} = 1 \cdot 1 \left[0 \cdot \text{sen}\,0° - 0j \cdot \cos 0° \right] = 0$$

$$H_{33} = -1 \cdot \left[1 \left(-5'16956162117 \cdot \text{sen}\,0° - 25'8478081059j \cdot \cos 0° \right) + 1 \left(0 \cdot \text{sen}\,0° - 0j \cdot \cos 0° \right) + 1'02 \left(-3'02370585389 \cdot \text{sen}\,0° - 15'1185292695j \cdot \cos 0° \right) \right] = 41'2687079608$$

$$H_{34} = 1 \cdot 1'02 \left[-3'02370585389 \cdot \text{sen}\,0° - 15'1185292695j \cdot \cos 0° \right] = -15'420898549$$

$$H_{42} = 1'02 \cdot 1 \left[-5'16956162117 \cdot \text{sen}\,0^\circ - 25'8478081059j \cdot \cos 0^\circ\right] = -26'364764268$$

$$H_{43} = 1'02 \cdot 1 \left[-3'02370585389 \cdot \text{sen}\,0^\circ - 15'1185292695j \cdot \cos 0^\circ\right] = -15'4208998549$$

$$H_{44} = -1'02 \cdot \left[1 \cdot (0 \cdot \text{sen}\,0^\circ - 0j \cdot \cos 0^\circ) + 1 \cdot (-5'16956162117 \cdot \text{sen}\,0^\circ - 25'8478081059j \cdot \cos 0^\circ) + 1 \cdot (-3'02370585389 \cdot \text{sen}\,0^\circ - 15'1185292695j \cdot \cos 0^\circ)\right] = 41'7856641229$$

MATRIZ N:

$$N_{22} = U_2 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial U_2} = U_2 \cdot \left[U_1 (G_{21} \cdot \cos\delta_{21} + B_{21} \cdot \text{sen}\,\delta_{21}) + 2G_{22} \cdot U_2 + U_3 (G_{23} \cdot \cos\delta_{23} + B_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23}) + U_4 (G_{24} \cdot \cos\delta_{24} + B_{24} \cdot \text{sen}\,\delta_{24})\right]$$

$$N_{23} = U_3 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial U_3} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{23} \cdot \cos\delta_{23} + B_{23} \cdot \text{sen}\,\delta_{23}\right]$$

$$N_{32} = U_2 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_2} = U_2 \cdot U_3 \left[G_{32} \cdot \cos\delta_{32} + B_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32}\right]$$

$$N_{33} = U_3 \cdot \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = U_3 \cdot \left[U_1 (G_{31} \cdot \cos\delta_{31} + B_{31} \cdot \text{sen}\,\delta_{31}) + 2G_{33} \cdot U_3 + U_2 (G_{32} \cdot \cos\delta_{32} + B_{32} \cdot \text{sen}\,\delta_{32}) + U_4 (G_{34} \cdot \cos\delta_{34} + B_{34} \cdot \text{sen}\,\delta_{34})\right]$$

$$N_{42} = U_2 \cdot \frac{\partial P_4}{\partial U_2} = U_4 \cdot U_2 \left[G_{42} \cdot \cos\delta_{42} + B_{42} \cdot \text{sen}\,\delta_{42}\right]$$

$$N_{43} = U_3 \cdot \frac{\partial P_4}{\partial U_3} = U_4 \cdot U_3 \left[G_{43} \cdot \cos\delta_{43} + B_{43} \cdot \text{sen}\,\delta_{43}\right]$$

Sustituimos numéricamente:

$$N_{22} = 1 \cdot \left[1 \cdot (-3'81562881563 \cdot \cos 0^\circ + 19'0781440781j \cdot \text{sen}\,0^\circ) + 2 \cdot 8'9851904368 \cdot 1 + 1 \cdot (0 \cdot \cos 0^\circ + 0j \cdot \text{sen}\,0^\circ) + 1'02 \cdot (-5'16956162117 \cdot \cos 0^\circ + 25'8478081059j\,\text{sen}\,0^\circ)\right] = 8'88179920441$$

$$N_{23} = 1 \cdot 1 \left[0 \cdot \cos 0^\circ + 0j \cdot \text{sen}\,0^\circ\right] = 0$$

$$N_{32} = 1 \cdot 1 \left[0 \cdot \cos 0^\circ + 0j \cdot \text{sen}\,0^\circ\right] = 0$$

$$N_{33} = 1 \cdot \left[1 \cdot (-5'16956162117 \cdot \cos 0^\circ + 25'8478081059j \cdot \text{sen}\,0^\circ) + 2 \cdot 8'19326747506 \cdot 1 + 1 (0 \cdot \cos 0^\circ + 0j \cdot \text{sen}\,0^\circ) + 1'02 \cdot (-3'02370585389 \cdot \cos 0^\circ + 15'1185292695j \cdot \text{sen}\,0^\circ)\right] = 8'13279335793$$

$$N_{42} = 1'02 \cdot 1 \left[-5'16956162117 \cdot \cos 0^\circ + 25'8478081059j \cdot \text{sen}\,0^\circ\right] = -5'27295285359$$

$$N_{43} = 1'02 \cdot 1 \left[-3'02370585389 \cdot \cos 0^\circ + 15'1185292695j \cdot \text{sen}\,0^\circ\right] = -3'08417997097$$

MATRIZ M:

$$M_{22}=\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}=U_2[U_1(G_{21}\cdot\cos\delta_{21}+B_{21}\cdot\operatorname{sen}\delta_{21})+U_3(G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23})+U_4(G_{24}\cdot\cos\delta_{24}+B_{24}\cdot\operatorname{sen}\delta_{24})]$$

$$M_{23}=\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3}=-U_2\cdot U_3[G_{23}\cdot\cos\delta_{23}+B_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}]$$

$$M_{24}=\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_4}=-U_2\cdot U_4[G_{24}\cdot\cos\delta_{24}+B_{24}\cdot\operatorname{sen}\delta_{24}]$$

$$M_{32}=\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2}=-U_2\cdot U_3[G_{32}\cdot\cos\delta_{32}+B_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32}]$$

$$M_{33}=\frac{\partial P_3}{\partial U_3}=U_3[U_1(G_{31}\cdot\cos\delta_{31}+B_{31}\cdot\operatorname{sen}\delta_{31})+U_2(G_{32}\cdot\cos\delta_{32}+B_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32})+U_4(G_{34}\cdot\cos\delta_{34}+B_{34}\cdot\operatorname{sen}\delta_{34})]$$

$$M_{34}=\frac{\partial Q_3}{\partial U_3}=-U_3\cdot U_4[G_{34}\cdot\cos\delta_{34}+B_{34}\cdot\operatorname{sen}\delta_{34}]$$

sustituyendo numericamente:

$$M_{22}=1\cdot[1\cdot(-3'81562881563\cdot\cos 0^\circ+19'0781440781j\cdot\operatorname{sen}0^\circ)+1\cdot(0\cdot\cos 0^\circ+0j\cdot\operatorname{sen}0^\circ)+1'02(-5'16956162117\cdot$$
$$\cdot\cos 0^\circ+25'8478081059j\cdot\operatorname{sen}0^\circ)]=-9'08858166922$$

$$M_{23}=-1\cdot1\,[0\cdot\cos 0^\circ+0j\cdot\operatorname{sen}0^\circ]=0$$

$$M_{24}=-1\cdot1'02\,[-5'16956162117\cdot\cos 0^\circ+25'8478081059j\cdot\operatorname{sen}0^\circ]=5'27295285359$$

$$M_{32}=-1\cdot1\,[0\cdot\cos 0^\circ+0j\cdot\operatorname{sen}0^\circ]=0$$

$$M_{33}=1\cdot[1(-5'16956162117\cdot\cos 0^\circ+25'8478081059j\cdot\operatorname{sen}0^\circ)+1\cdot(0\cdot\cos 0^\circ+0j\cdot\operatorname{sen}0^\circ)+1'02\cdot(-3'02370585389\cdot$$
$$\cos 0^\circ+15'1185292695j\cdot\operatorname{sen}0^\circ]=-8'25374159214$$

$$M_{34}=-1\cdot1'02\,[-3'02370585389\cdot\cos 0^\circ+15'1185292695j\cdot\operatorname{sen}0^\circ]=3'08417997097$$

MATRIZ L:

$$L_{22}=\frac{\partial Q_2}{\partial U_2}\cdot U_2=U_2\left[U_1\left(G_{21}\cdot \operatorname{sen}\delta_{21}-B_{21}\cdot\cos\delta_{21}\right)-2B_{22}\cdot U_2+U_3\left(G_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right)+U_4\left(G_{24}\cdot\operatorname{sen}\delta_{24}-B_{24}\cdot\cos\delta_{24}\right)\right.$$

$$L_{23}=\frac{\partial P_2}{\partial U_3}\cdot U_3=U_2\cdot U_3\left[G_{23}\cdot\operatorname{sen}\delta_{23}-B_{23}\cdot\cos\delta_{23}\right]$$

$$L_{32}=\frac{\partial P_3}{\partial U_2}\cdot U_2=U_3\cdot U_2\left[G_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right]$$

$$L_{33}=\frac{\partial P_3}{\partial U_3}\cdot U_3=U_3\left[U_1\left(G_{31}\cdot\operatorname{sen}\delta_{31}-B_{31}\cdot\cos\delta_{31}\right)-2\cdot B_{33}\cdot U_3+U_2\left(G_{32}\cdot\operatorname{sen}\delta_{32}-B_{32}\cdot\cos\delta_{32}\right)+U_4\left(G_{34}\cdot\operatorname{sen}\delta_{34}-B_{34}\cdot\cos\delta_{34}\right)\right]$$

Sustituimos numéricamente:

$$L_{22}=1\cdot\left[1\left(-3{'}81562881563\cdot\operatorname{sen}0^\circ-19{'}0781440781j\cdot\cos 0^\circ\right)-2\cdot-44{'}835952184j\cdot 1+1\left(0\cdot\operatorname{sen}0^\circ-0j\cdot\cos 0^\circ\right)+1{'}02\cdot\right.$$
$$\left.\left(-5{'}16956162117\cdot\operatorname{sen}0^\circ-25{'}8478081059j\cdot\cos 0^\circ\right)\right]=44{'}2289960219 \,//$$

$$L_{23}=1\cdot 1\left[0\cdot\operatorname{sen}0^\circ-0j\cdot\cos 0^\circ\right]=0 \,//$$

$$L_{32}=1\cdot 1\left[0\cdot\operatorname{sen}0^\circ-0j\cdot\cos 0^\circ\right]=0 \,//$$

$$L_{33}=1\cdot\left[1\left(-5{'}16956162117\cdot\operatorname{sen}0^\circ-25{'}8478081059j\cdot\cos 0^\circ\right)-2\cdot-40{'}8638373754j\cdot 1\left(0\cdot\operatorname{sen}0^\circ-0j\cdot\cos 0^\circ\right)+1{'}02\cdot\right.$$
$$\left.\left(-3{'}02370585389\cdot\operatorname{sen}0^\circ-15{'}1185292695j\cdot\cos 0^\circ\right)\right]=40{'}45896679 \,//$$

La matriz queda resuelta:

$$\begin{bmatrix}
45{'}4429083461 & 0 & -26{'}364764268 & 8{'}88179920441 & 0 \\
0 & 41{'}2687079608 & -15{'}4208998549 & 0 & 8{'}13279335793 \\
-26{'}364764268 & -15{'}4208998549 & 41{'}7856641229 & -5{'}27295285359 & -3{'}08417997097 \\
-9{'}08858166922 & 0 & 5{'}27295285359 & 44{'}2289960219 & 0 \\
0 & -8{'}25374159214 & 3{'}08417997097 & 0 & 40{'}45896679
\end{bmatrix}$$

La inversa o traspuesta es:

$$\begin{matrix} 0'0374101388047 & 0'0104653953439 & 0'0279909246498 & -0'00417541729807 & 3'00588850772\cdot10^{-5} \\ 0'0104687860248 & 0'0300353328303 & 0'0180280318061 & 4'70122896259\cdot10^{-5} & -4'66322982771\cdot10^{-3} \\ 0'0280160870783 & 0'018038393842 & 0'048245795428 & 0'000125812142573 & 5'1810179134\cdot10^{-5} \\ 0'00434731992068 & 0 & 0 & 0'0217365996034 & 0 \\ 0 & 0'00475222770314 & 0 & 0 & 0'0237611385157 \end{matrix}$$

Finalmente la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix}^{x=0} = \begin{bmatrix} 0'0374101388047 & 0'0104653953439 & 0'0279909246498 & -0'00417541729807 & 3'00588850772\cdot10^{-5} \\ 0'0104687860248 & 0'0300353328303 & 0'0180280318061 & 4'70122896259\cdot10^{-5} & -4'66322982771\cdot10^{-3} \\ 0'0280160870783 & 0'018038393842 & 0'048245795428 & 0'000125812142573 & 5'1810179134\cdot10^{-5} \\ 0'00434731992068 & 0 & 0 & 0'0217365996034 & 0 \\ 0 & 0'00475222770314 & 0 & 0 & 0'0237611385157 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1'59660876758 \\ -1'93952588292 \\ 2'21285734351 \\ -0'4465438379 \\ -0'8345294146 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'0162479157522 \\ -0'0312047889984 \\ 0'0269449829455 \\ -0'0166473137106 \\ -0'0290464376475 \end{bmatrix}$$

por lo tanto los argumentos y tensiones quedan

$$\delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2 = 0+(-0'0162479157522) = -0'0162479157522 \text{ rad}$$

$$\delta_3^{(1)} = \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3 = 0+(-0'0312047889984) = -0'0312047889984 \text{ rad}$$

$$\delta_4^{(1)} = \delta_4^{(0)} + \Delta\delta_4 = 0+0'0269449829455 = 0'0269449829455 \text{ rad}$$

$$U_2^{(1)} = U_2^{(0)} + \Delta U_2/U_2 = 1+(-0'0166473137106) = 0'983352686289 \text{ pu}$$

$$U_3^{(1)} = U_3^{(0)} + \Delta U_3/U_3 = 1+(-0'0290464376475) = 0'970953562352 \text{ pu}$$

Las nuevas tensiones son:

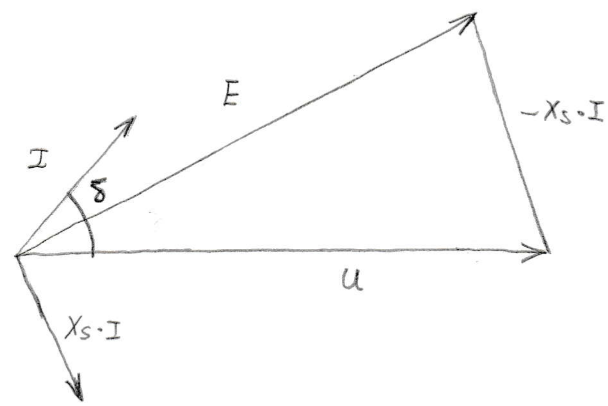
$$U_1^{(1)} = 230\angle 0^\circ \text{ kV} \qquad U_2^{(1)} = 226'171117846\angle -0'930936998486^\circ \text{ kV} \qquad U_3^{(1)} = 223'319319341\angle -1'7879027102^\circ \text{ kV}$$

Finalmente la tensión en el nudo 4 PV es constante pero con angulo de carga variable:

$U_4^{(1)} = 234'6 \underline{|1'54383380183^\circ} \ kV.$

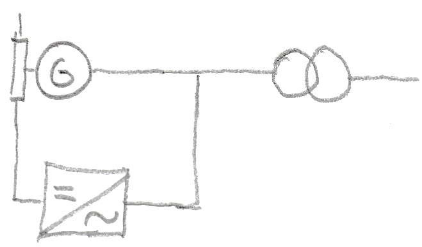
Como observación podemos decir que el angulo de carga de los nudos de carga disminuyen, (son negativos), y el nudo PV aumenta como se muestra en los siguientes diagramas fasoriales.

PAG 369



Como el angulo de carga es positivo, esta Hipoexcitada, ademas la tensión base es de 230kV, y el nudo PV tiene 234'6kV.

Para aportar la misma tensión modificamos el angulo de carga generando reactiva, reactiva capacitiva, ya que se encuentra Hiperexcitada, la potencia reactiva varía para mantener constante la tensión, a traves de un variador de tensión.



el cual comprueba que: la tensión que sale del alternador, por ejemplo si es poca, el variador baja la tensión por lo tanto aumenta la intensidad y con ella la reactiva.

Resumiedo: el error exigido en los incrementos es menor que los incrementos de argument y tensión, por lo tanto, tenemos que seguir iterando y seguir equilibrando así el sistema.

Los argumentos según la pagina (5) serian $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$

$\delta_{21} = -\delta_{12}$

Para la siguiente iteración tenemos los siguientes valores: y operamos en radianes:

$U_1^{(1)} = 1$ $\quad U_2^{(1)} = 0'983352686289$ pu $\quad U_3^{(1)} = 0'970953562352$ pu $\quad U_4^{(1)} = 1'02$ pu

$\delta_1^{(1)} = 0$ rad $\quad \delta_2^{(1)} = -0'0162479157522$ rad $\quad \delta_3^{(1)} = -0'0312047889984$ rad. $\quad \delta_4^{(1)} = 0'0269449829455$ rad

Comenzamos con los incrementos de potencia: ya explicados en la página 5.

$$\Delta P_2 = -1'7 - 0'983352686289 \cdot \Big[1\big(-3'81562881563 \cdot \cos\big((-0'0162479157522)-(0)\big) + 19'0781440781j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522-(0)\big)\big) + 0'983352686289 \cdot 8'9851904368 + 0'970953562352 \cdot \big(0 \cdot \cos\big((-0'0162479157522-(-0'0312047889984)\big) + 0j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522-(-0'0312047889984)\big)\big) + 1'02\big(-5'16956162117 \cdot \cos\big((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)\big) + 25'8478081059j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)\big)\big)\Big] = -1'7 - 0'983352686289\big[-1'6959319363\big]$$

$$\Delta P_3 = -2 - 0'970953562352 \cdot \Big[1 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(0)\big) + 25'8478081059j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(0)\big)\big) + 0'970953562352 \cdot 8'19326747506 + 0'983352686289\big(0 \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)\big) + 0j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)\big)\big) + 1'02 \cdot \big(-3'02370585389 \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)\big) + 15'1185292695j \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)\big)\big)\Big] = -2 - 0'970953562352\big[-1'99339074361\big]$$

$$\Delta P_4 = 2'38 - 1'02\Big[1 \cdot \big(0 \cdot \cos\big((0'0269449829455)-(0)\big) + 0j \cdot \operatorname{sen}\big((0'0269449829455)-(0)\big)\big) + 1'02 \cdot 8'19326747506 + 0'983352686289 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot \cos\big((0'0269449829455)-(-0'0162479157522)\big) + 25'8478081059j \cdot \operatorname{sen}\big((0'0269449829455)-(-0'0162479157522)\big)\big) + 0'970953562352 \cdot \big(-3'02370585389 \cdot \cos\big((0'0269449829455)-(-0'0312047889984)\big) + 15'1185292695j \cdot \operatorname{sen}\big((0'0269449829455)-(-0'0312047889984)\big)\big)\Big] =$$

$$\Delta Q_2 = -1'0535 - 0'983352686289\Big[1 \cdot \big(-3'81562881563 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522)-(0)\big) - 19'0781440781j \cdot \cos\big((-0'0162479157522)-(0)\big)\big) - 0'983352686289 \cdot -44'8359521184j + 0'970953562352\big(0 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984)\big) - 0j \cdot \cos\big((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984)\big)\big) + 1'02 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)\big) - 25'8478081059j \cdot \cos\big((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)\big)\big)\Big] = -1'0535 - 0'983352686289\big[-1'0365699402\big]$$

$$\Delta Q_3 = -1'2394 - 0'970953562352\Big[1 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(0)\big) - 25'8478081059j \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(0)\big)\big) - 0'970953562352 \cdot -40'8638373754j + 0'983352686289 \cdot \big(0 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)\big) - 0j \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)\big)\big) + 1'02\big(-3'02370585389 \cdot \operatorname{sen}\big((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)\big) - 15'1185292695j \cdot \cos\big((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)\big)\big)\Big] = -1'2394 - 0'970953562352 \cdot \big[-1'212639057\big]$$

Operando y sumando aritméticamente los términos en (i) y en (j)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(x=1)} = \begin{bmatrix} -0'03230077467 \\ -0'06451015633 \\ 0'03594522943 \\ -0'03418616478 \\ -0'06198378766 \end{bmatrix}$$

Comenzamos a resolver la matriz H, explicada en la pagina 9, con los datos iniciales del principio de la pagina 15. La suma de los términos (i), (j) es aritmética.

$$H_{22} = -0'983352686289 \cdot \Big[1\big(-3'81562881563 \cdot sen((-0'0162479157522)-(0)) - 19'0781440781 j \cdot cos((-0'0162479157522)-(0))\big) +$$
$$0'970953562352 \cdot \big(0 \cdot sen((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984)) + 0j \cdot cos((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))\big) +$$
$$1'02 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot sen((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)) - 25'8478081059 \cdot cos((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))\big)$$

$$H_{23} = 0'983352686289 \cdot 0'970953562352 \Big[0 \cdot sen((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984)) + 0j \cdot cos((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))\Big] =$$

$$H_{24} = 0'983352686289 \cdot 1'02 \Big[-5'16956162117 \cdot sen((-0'0162479157522)-(0'0269449829455)) - 25'8478081059 j \cdot cos((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))\Big]$$

$$H_{32} = 0'970953562352 \cdot 0'983352686289 \Big[0 \cdot sen((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)) + 0j \cdot cos((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))\Big]$$

$$H_{33} = -0'970953562352 \Big[1 \cdot \big(-5'16956162117 \cdot sen((-0'0312047889984)-(0)) - 25'8478081059 j \cdot cos((-0'0312047889984)-(0))\big) +$$
$$0'983352686289 \big(0 \cdot sen((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522)) + 0j \cdot cos((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))\big) + 1'02 \big($$
$$-3'02370585389 \cdot sen((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)) - 15'1185292695 j \cdot cos((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))\big)\Big]$$

$$H_{34} = 0'970953562352 \cdot 1'02 \Big[-3'02370585389 \cdot sen((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)) - 15'1185292695 j \cdot cos((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))\Big] =$$

$$H_{42} = 1'02 \cdot 0'983352686289 \Big[-5'16956162117 \cdot sen((0'0269449829455)-(-0'0162479157522)) - 25'8478081059 j \cdot cos((0'0269449829455)-(-0'0162479157522))\Big]$$

$$H_{43}=1'02\cdot 0'9709535623352\left[-3'02370585389\cdot \mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)-15'1185292695j\cdot\cos\left(\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)\right)\right]$$

$$H_{44}=-1'02\left[1\cdot\left(0\cdot\mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-(0)\right)-0j\cdot\cos\left(\left(0'0269449829455\right)\right)\right)+0'983352686289\cdot\left(-5'16956162117\cdot\mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)-25'8478081059j\cdot\cos\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)\right)+0'9709535623352\cdot\left(-3'02370585389\cdot\mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)-15'1185292695j\cdot\cos\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)\right)\right]$$

MATRIZ N:

$$N_{22}=0'983352686289\left[1\cdot\left(-3'81562881563\cdot\cos\left(\left(-0'0162479157522\right)-(0)\right)+19'0781440781j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0162479157522\right)-(0)\right)\right)+2\cdot 8'9851904368\cdot 0'983352686289+0'9709535623352\left(0\cdot\cos\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)+0j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(-\left(-0'0312047889984\right)\right)\right)\right)+1'02\left(-5'16956162117\cdot\cos\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(0'0269449829455\right)\right)+25'8478081059j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(0'0269449829455\right)\right)\right)\right]=$$

$$N_{23}=0'983352686289\cdot 0'9709535623352\left[0\cdot\cos\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)+0j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0162479157522\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)\right]$$

$$N_{32}=0'983352686289\cdot 0'9709535623352\cdot\left[0\cdot\cos\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)+0j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)\right]=$$

$$N_{33}=0'9709535623352\cdot\left[1\left(-5'16956162117\cdot\cos\left(\left(-0'0312047889984\right)-(0)\right)+25'8478081059j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0312047889984\right)-(0)\right)\right)+2\cdot 8'19326747506\cdot 0'9709535623352+0'983352686289\cdot\left(0\cdot\cos\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)+0j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)\right)+1'02\left(-3'02370585389\cdot\cos\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(0'0269449829455\right)\right)+15'1185292695j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(-0'0312047889984\right)-\left(0'0269449829455\right)\right)\right)\right]=$$

$$N_{42}=1'02\cdot 0'983352686289\left[-5'16956162117\cdot\cos\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)+25'8478081059j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0162479157522\right)\right)\right]=$$

$$N_{43}=1'02\cdot 0'9709535623352\left[-3'02370585389\cdot\cos\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)+15'1185292695j\cdot\mathrm{sen}\left(\left(0'0269449829455\right)-\left(-0'0312047889984\right)\right)\right]$$

MATRIZ M:

$$M_{22}= 0'983352686289\Big[1\cdot\big(-3'81562881563\cdot\cos((-0'0162479157522)-(0))+19'0781440781j\cdot \text{sen}((-0'0162479157522))\big)+$$

$$0'970953562352\cdot\big(0\cdot\cos((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))+0j\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))\big)+1'02\cdot\big($$

$$-5'16956162117\cdot\cos((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))+25'8478081059\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))\big)\Big]$$

$$M_{23}=-0'983352686289\cdot 0'970953562352\Big[0\cdot\cos((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))+0j\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-$$

$$(-0'0312047889984))\Big]=$$

$$M_{24}=-0'983352686289\cdot 1'02\Big[-5'16956162117\cdot\cos((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))+25'8478081059\cdot\text{sen}(($$

$$-0'0162479157522)-(0'0269449829455))\Big]$$

$$M_{32}=-0'983352686289\cdot 0'970953562352\Big[0\cdot\cos((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))+0j\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-($$

$$(-0'0162479157522))\Big]$$

$$M_{33}=0'970953562352\cdot\Big[1\big(-5'16956162117\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0))+25'8478081059j\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-(0))\big)$$

$$+0'983352686289\cdot\big(0\cdot\cos((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))+0j\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))\big)+1'02\cdot$$

$$\big(-3'02370585389\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))+15'1185292695j\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))\big)$$

$$M_{34}=-0'970953562352\cdot 1'02\Big[-3'02370585389\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))+15'1185292695j\cdot$$

$$\text{sen}((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))\Big]=$$

MATRIZ L:

$$L_{22}=0'983352686289\Big[1\cdot\big(-3'81562881563\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(0))-19'0781440781j\cdot\cos((-0'0162479157522)-(0))\big)-2\cdot$$

$$-44'835952184j\cdot 0'983352686289+0'970953562352\cdot\big(0\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))-0j\cdot\cos(($$

$$-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))\big)+1'02\cdot\big(-5'16956162117\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))-$$

$$-25'8478081059j\cdot\cos((-0'0162479157522)-(0'0269449829455))\big)\Big]$$

$$L_{23}=0'983352686289\cdot 0'970953562352\Big[0\cdot\text{sen}((-0'0162479157522)-(-0'0312047889984))-0j\cdot\cos((-0'0162479157522)-($$

$$-0'0312047889984))\Big]$$

$$L_{32}=0'970953562352\cdot 0'983352686289\Big[0\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-(-0'0162479157522))-0j\cdot\cos((-0'0312047889984)-$$

$$(-0'0162479157522))\Big]$$

$$L_{33}=0'970953562352\cdot[1\cdot(-5'16956162117\cdot \text{sen}((-0'0312047889984)-(0))-25'8478081059j\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0)))$$
$$-2\cdot-40'8638373754j\cdot 0'970953562352+0'983352686289\cdot(0\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0'0162479157522))+0j\cdot\text{sen}(($$
$$-0'0312047889984)-(0'0162479157522)))+1'02\cdot(-3'02370585389\cdot\text{sen}((-0'0312047889984)-(0'0269449829455))-15'1185292695j$$
$$\cdot\cos((-0'0312047889984)-(0'0269449829455)))]=$$

La matriz queda resuelta:

$$\begin{bmatrix} 44'3748952205 & 0 & -25'6777885462 & 7'02082273684 & 0 \\ 0 & 39'7018324163 & -14'773633071 & 0 & 5'7887197889 \\ -26'1235745307 & -15'1217069252 & 41'2472814555 & -4'06087134646 & -2'11934936401 \\ -10'3562211875 & 0 & 6'29980126891 & 42'3362675501 & 0 \\ 0 & -9'65969947626 & 3'8597186352 & 0 & 37'3469999916 \end{bmatrix}$$

Calculamos la inversa y la multiplicamos por el increment de potencias

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0'0383337124021 & 0'0107601911004 & 0'0282787476972 & -0'00364457833227 & -4'38555106169\cdot 10^{-5} \\ 0'0106991771889 & 0'0314634199294 & 0'018184704221 & -3'00282058831\cdot 10^{-5} & -0'00267382463969 \\ 0'0286982573734 & 0'0185597105584 & 0'0487765846644 & -8'05442479997\cdot 10^{-5} & -7'56441568596\cdot 10^{-5} \\ 0'00510671107465 & -1'29618631689\cdot 10^{-4} & -3'40649394439\cdot 10^{-4} & 0'0227408651996 & 5'28289063377\cdot 10^{-7} \\ -1'38098848002\cdot 10^{-4} & 0'0043254690721 & -2'34717741359\cdot 10^{-4} & 3'87586873908\cdot 10^{-7} & 0'0258035712923 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0'03230077467 \\ -0'06451015633 \\ 0'03594522943 \\ -0'03418616478 \\ -0'06198378766 \end{bmatrix}$$

Los increments del argument y tensión son:

$$
\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \Delta U_3/U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'000788551656545 \\ -0'00155488815661 \\ -0'000363538037537 \\ -0'000946289436482 \\ -0'00140774215737 \end{bmatrix}
$$

$\delta_2^{(2)} = \delta_2^{(1)} + \Delta\delta_2 = (-0'0162479157522) + (-0'000788551656545) = -0'0170364674087$ rad.

$\delta_3^{(2)} = \delta_3^{(1)} + \Delta\delta_3 = (-0'0312047889984) + (-0'00155488815661) = -0'032759677155$ rad.

$\delta_4^{(2)} = \delta_4^{(1)} + \Delta\delta_4 = (0'0269449829455) + (-0'000363538037537) = 0'026581444908$ rad.

$U_2^{(2)} = U_2^{(1)} + \Delta U_2/U_2 = (0'983352686289)\cdot(-0'000946289436482) + (0'983352686289) =$

$U_3^{(2)} = U_3^{(1)} + \Delta U_3/U_3 = (0'970953562352)\cdot(-0'00140774215737) + (0'970953562352) =$

Todavía en la 2ª iteración el error está por encima del exigido, así pues debemos de seguir iterando, los nuevos tensiones quedan: $U_2^{(2)} = 0'98242215003$ pu

$U_3^{(2)} = 0'9690098291387$ pu

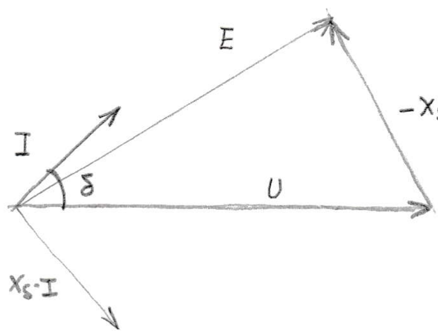
$U_1^{(2)} = 230\angle 0°$ kV ; $U_2^{(2)} = 225'957094507\angle -0'976117680332°$ kV;

$U_3^{(2)} = 222'871104849\angle -1'87699123919°$ kV ; $U_4^{(2)} = 234'6\angle 1'52300460659°$ kV

Como se puede observar, en los nudos de carga, el ángulo de carga sigue bajando con respecto a los valores de origen. Y por otro lado, el nudo PV generación, su ángulo de carga sigue subiendo.

Tomando como origen de fases la tensión de un alternador, aplicamos el siguiente diagrama

el ángulo de carga en nudo 4 es positivo:



Seguimos e iniciamos la 3ª iteración, con los valores iniciales:

$U_1^1\ 1\angle 0°$ pu $U_2^{(2)} = 0'98242215003$ pu $U_3^{(2)} = 0'9690098291387$ pu $U_4^{(2)} = 1'02$

$\delta_2^{(2)} = -0'0170364674087$ $\delta_3^{(2)} = -0'0326721272012$ rd $\delta_4^{(2)} = 0'0265839217506$

los incrementos de potencia en la tercera iteración y la matriz son:

3ª ITERACIÓN

ALGORITMO DE MATRICES

INCREMENTOS DE POTENCIAS

-0,0000338883351
-0,0001455031358
0,0000423635554
-0,0000413777468
-0,0001646035009

44,3270234753	0,0000000000	-25,6508056353	6,9721196174	0,0000000000
0,0000000000	39,6095634163	-14,7397876283	0,0000000000	5,6934601981
-26,1025778700	-15,0937657303	41,1963436003	-4,0459077637	-2,0984100809
-10,3720518407	0,0000000000	6,3047689373	42,2201062307	0,0000000000
0,0000000000	-9,6931691918	3,8683005908	0,0000000000	37,1310926233

MATRIZ INVERSA

0,0383861713949	0,0107777926882	0,0283170338627	-0,0036254023292	-0,0000523061466
0,0107252630475	0,0312693725951	0,0182233496045	-0,0000248181576	-0,0037647927356
0,0287462262078	0,0185901613309	0,0488428607925	-0,0000665184964	-0,0000902206725
0,0051374822325	-0,0001283475503	-0,0003372139392	0,0228046920959	0,0000006228887
-0,0001949108945	0,0062262371154	-0,0003311741033	0,0000004510220	0,0259581972850

MATRIZ DE RESULTADOS

$\Delta\delta_2$ (rad)	-0,0000015108151	radianes
$\Delta\delta_3$ (rad)	-0,0000035205222	radianes
$\Delta\delta 4$ (rad)	-0,0000015923283	radianes
$\Delta U2/U2$	-0,0000011134206	p.u
$\Delta U3/U3$	-0,0000051861903	p.u

Los valores resultan: $U_2^{(3)} = 0'9824210391733$ pu $U_3^{(3)} = 0'9690048036693$ pu $U_4^{(3)} = 1'02$ pu

$\delta_2^{(3)} = -0'0170365422482$ rad $\delta_3^{(3)} = -0'0326756477234$ rad

$\delta_4^{(3)} = 0'0265823294223$ rad

Iteramos nuevamente con los datos anteriores y tenemos:

ALGORITMO DE MATRICES

INCREMENTOS DE POTENCIA

-0,0000000000453
-0,0000000008531
0,0000000001467
-0,0000000000701
-0,0000000010698

44,3269684896	0,0000000000	-25,6507775891	6,9720664178	0,0000000000
0,0000000000	39,6093300281	-14,7397037261	0,0000000000	5,6932348980
-26,1025484771	-15,0936914972	41,1962399743	-4,0459053866	-2,0983700946
-10,3720664177	0,0000000000	6,3047598266	42,2199684898	0,0000000000
0,0000000000	-9,6932348963	3,8683089501	0,0000000000	37,1305300302

MATRIZ INVERSA

0,0383862566408	0,0107778435311	0,0283171200995	-0,0036253731957	-0,0000522749590
0,0107252992116	0,0312695587359	0,0182234043186	-0,0000248064789	-0,0037647051169
0,0287463235944	0,0185902485250	0,0488430082179	-0,0000664871959	-0,0000901668759
0,0051375248491	-0,0001283407666	-0,0003371955523	0,0228047677123	0,0000006224815
-0,0001949020454	0,0062264221111	-0,0003311589454	0,0000004507877	0,0259586012248

MATRIZ DE RESULTADOS

$\Delta\delta_2$ (rad)	-0,0000000000065	radianes
$\Delta\delta_3$ (rad)	-0,0000000000205	radianes
$\Delta\delta 4$ (rad)	-0,0000000000099	radianes
$\Delta U2/U2$	-0,0000000000018	p.u
$\Delta U3/U3$	-0,0000000000331	p.u

0,0383862566408	0,0107778435311	0,0283171200995	-0,0036253731957	-0,0000522749590
0,0107252992116	0,0312695587359	0,0182234043186	-0,0000248064789	-0,0037647051169
0,0287463235944	0,0185902485250	0,0488430082179	-0,0000664871959	-0,0000901668759
0,0051375248491	-0,0001283407666	-0,0003371955523	0,0228047677123	0,0000006224815
-0,0001949020454	0,0062264221111	-0,0003311589454	0,0000004507877	0,0259586012248

Finalmente el error ya cumple:

$U_2^{(4)} = 0'9824210391715$ pu $U_3^{(4)} = 0'9690048036373$ pu $U_4^{(4)} = 1'02$ pu

$\delta_2^{(4)} = -0'0170365422547$ rad $\delta_3^{(4)} = -0'0326756477439$ rad $\delta_4^{(4)} = 0'0265823294124$ rad

Resumiendo las iteraciones:

NUDO 2:

ITERACIÓN	RESULTADOS			
	U2	ΔU_2	δ_2 (rad)	$\Delta \delta_2$ (rad)
1	1	-0,0166473137102	0	-0,0162479157522
2	0,9833526862898	-0,0009463067325	-0,0162479157522	-0,0007871156809
3	0,9824221330223	-0,0000011134206	-0,0170350314331	-0,0000015108151
4	0,9824210391733	-0,0000000000018	-0,0170365422482	-0,0000000000065
	0,9824210391715		-0,0170365422547	

NUDO 3:

U3	ΔU_3	δ_3 (rad)	$\Delta \delta_3$ (rad)
1	-0,0290464376478	0	-0,0312047889983
0,9709535623522	-0,0020018807169	-0,0312047889983	-0,0014673382029
0,9690098291387	-0,0000051861903	-0,0326721272012	-0,0000035205222
0,9690048036693	-0,0000000000331	-0,0326756477234	-0,0000000000205
0,9690048036373		-0,0326756477439	

NUDO 4:

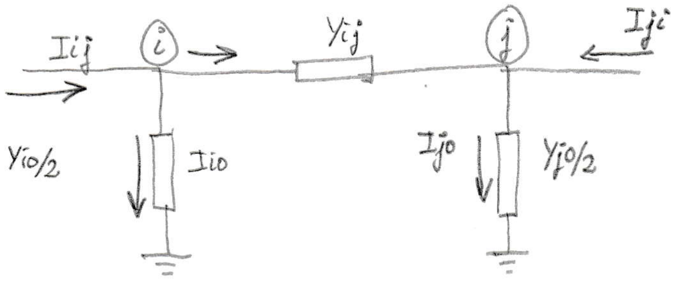
U4	δ4 (rad)	Δ δ4 (rad)
1,02	0	0,0269449829457
1,02	0,0269449829457	-0,0003610611951
1,02	0,0265839217506	-0,0000015923283
1,02	0,0265823294223	-0,0000000000099
1,02	0,0265823294124	

En forma fasorial, los datos quedan, en grados

$U_1^{(4)} = 1 \angle 0^\circ$ pu $\quad U_2^{(4)} = 0'9824210391715 \angle -0'976121968692^\circ$ pu

$U_3^{(4)} = 0'9690048036373 \angle -1'87217670858^\circ \quad U_4^{(4)} = 1'02 \angle 1'52305328496^\circ$ pu.

3) Conocidos los valores de las tensiones, comenzamos con el cálculo de flujo de potencias:



Explicado en la página 2

$$S_{ik} = U_i \cdot I_{ik} = U_i \left(\frac{U_i - U_k}{Z_{ik}} + U_i \cdot Y_{ik} \right)$$

$$S_{12} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_2}{Z_{12}} \right) + U_1 \cdot y_{12,0} \right]^{*}$$

{La parte imaginaria da negativa por ser reactiva inductiva, por lo tanto, la pondremos positiva, eso es el conjugado, y eso marca el asterisco}

$$S_{12} = 1_{\angle 0^\circ} \cdot \left[\frac{1_{\angle 0^\circ} - 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ}}{0'01008 + 0'05040j} + 1_{\angle 0^\circ} \cdot 0'05125j \right]^{*} = (0'386915322701 + 0'22298455798j)\ pu$$

$$S_{13} = U_1 \cdot \left[\left(\frac{U_1 - U_3}{Z_{13}} \right) + U_1 \cdot y_{13,0} \right]^{*} = 1_{\angle 0^\circ} \cdot \left[\left(\frac{1_{\angle 0^\circ} - 0'9690048036373_{\angle -1'872176770858^\circ}}{0'00744 + 0'03720j} \right) + 1_{\angle 0^\circ} \cdot 0'03875j \right]^{*}$$

$$S_{13} = (0'981175456051 + 0'612123848602j)\ pu$$

El conjugado solo afecta dentro del corchete:

$$S_{21} = U_2 \cdot \left[\frac{U_2 - U_1}{Z_{21}} + U_2 \cdot y_{21,0} \right]^{*} = 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot \left[\left(\frac{0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} - 1_{\angle 0^\circ}}{0'01008 + 0'05040j} \right) + \right.$$

$$\left. 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot 0'05125j \right]^{*} = 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot (-0'386057589995 - 0'324576329661j)$$

$$S_{21} = (-0'384648249459 - 0'312363185553j)\ pu$$

$$S_{24} = U_2 \cdot \left[\frac{U_2 - U_4}{Z_{24}} + U_2 \cdot y_{24,0} \right]^{*} = 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot \left[\left(\frac{0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} - 1'02_{\angle 1'52305528496^\circ}}{0'00744 + 0'03720j} \right) + \right.$$

$$\left. 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot 0'03875j \right]^{*} = 0'9824210391715_{\angle -0'976121968692^\circ} \cdot (-1'32584199547 - 0'77709779531j)$$

$$S_{24}=(-1'31535175055-0'741136814498\,j)\ pu$$

$$S_{31}=U_3\cdot\left[\frac{U_3-U_1}{Z_{31}}+U_3\cdot y_{31,0}\right]^*=0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}\left[\left(\frac{0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}-1\angle{0^\circ}}{0'00744+0'03720j}\right)+\right.$$

$$\left.0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}\cdot 0'03875j\right]^*=0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}\cdot(-0'979948738562-0'688402741065\,j)$$

$$S_{31}=(-0'970861071256-0'635687024118\,j)\ pu$$

$$S_{34}=U_3\cdot\left[\frac{U_3-U_4}{Z_{34}}+U_3\cdot y_{34,0}\right]^*=0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}\cdot\left[\left(\frac{0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}-1'02\angle{1'52305528496^\circ}}{0'01272+0'06360j}\right)+\right.$$

$$\left.0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}\cdot 0'06375j\right]^*=0'9690048036373\angle{1'87217670858^\circ}\cdot(-1'04113660397-0'657388392694\,j)$$

$$S_{34}=(-1'02913892874-0'603712975874\,j)\ pu$$

$$S_{42}=U_4\cdot\left[\frac{U_4-U_2}{Z_{24}}+U_4\cdot y_{42,0}\right]^*=1'02\angle{1'52305528496^\circ}\cdot\left[\left(\frac{1'02\angle{1'52305528496^\circ}-0'9824210391715\angle{-0'976121968692^\circ}}{0'00744+0'03720j}\right)+\right.$$

$$\left.1'02\angle{1'52305528496^\circ}\cdot 0'03875j\right]^*=1'02\angle{1'52305528496^\circ}\cdot(1'32543998224+0'699523468288)=$$

$$S_{42}=(1'33250652395+0'749195576409\,j)\ pu$$

$$S_{43}=U_4\left[\frac{U_4-U_3}{Z_{34}}+U_4\cdot y_{43,0}\right]^*=1'02\angle{1'52305528496^\circ}\left[\left(\frac{1'02\angle{1'52305528496^\circ}-0'9690048036373\angle{-1'87217670858^\circ}}{0'01272+0'06360j}\right)+\right.$$

$$\left.1'02\angle{1'52305528496}\cdot 0'06375j\right]^*=1'02\angle{1'52305528496^\circ}\cdot\left[1'04142643969+0'530645284183\,j\right]$$

$$S_{43}=(1'04749347606+0'569300855244\,j)\ pu$$

Finalmente las potencias quedan.

$S_{12}=(0'386915322701+0'222984357 98j)$ pu $S_{12}= 38'6915\,MW + 22'2984\,MVAR$

$S_{13}=(0'981175456051+0'612123848602\,j)$ pu $S_{13}= 98'11754\,MW + 61'2123\,MVAR$

$S_{21}=(-0'384648249459-0'312363185553j)$ pu $S_{21}=-38'4648\,MW - 31'236\,MVAR$

$S_{24}=(-1'31535175055-0'741136814498\,j)$ pu. $S_{24}=-131'5351\,MW - 74'11368\,MVAR$

$S_{31}=(-0'970861071256-0'635687024118\,j)$ pu. $S_{31}=-97'0861\,MW - 63'5687\,MVAR$

$S_{34}=(-1'02913892874-0'603712975874)$ pu $S_{34}=-102'913\,MW - 60'37129\,MVAR$

$S_{42}=(1'33250652395+0'749195576409j)$ pu $S_{42}= 133'25\,MW + 74'9195\,MVAR$

$S_{43}=(1'04749347606+0'569300855244j)$ pu $S_{43}= 104'749\,MW + 56'93\,MVAR$

. Potencia que tiene que generar el generador del nodo 4

$S_{G_4}= S_{42}+S_{43}+S_{LOC}$

El rendimiento